

IL NUOVO CIMENTO

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SOTTO GLI AUSPICI DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

Vol. IX, N. 5

Serie nona

1 Maggio 1952

Sulla componente « N » dei raggi cosmici alle alte energie.

P. BUDINI (*) e G. LANZA

Istituto di Fisica dell'Università - Trieste

(ricevuto il 19 Gennaio 1952)

Riassunto. — Si studia la cascata nucleonica alle alte energie tenendo conto dei nucleoni di rinculo, della discontinuità di distribuzione della materia nucleare e dello spettro iniziale sperimentale (WINKLER) ⁽³⁾; un confronto con i fatti sperimentali finora noti induce a ritenere corretto il mantenimento delle sezioni d'urto di tipo Bremsstrahlung tra alcuni e alcune decine di GeV. Per energie maggiori di qualche decina di GeV le sezioni d'urto debbono deviare dall'ipotesi di Bremsstrahlung per il contributo dei mesoni di Yukawa alla cascata nucleonica, e, per il probabile aumento con l'energia della molteplicità caratteristica dei processi elementari. Si mostra con considerazioni abbastanza largamente indipendenti dalla forma particolare delle sezioni d'urto che la prima deviazione può anche dar luogo ad un transitorio aumento del cammino d'assorbimento, mentre la seconda (che diventa operante ad energie maggiori che non la prima) porta ad una diminuzione del cammino d'assorbimento al crescere dell'energia fino ad un valore asintotico, che sarà praticamente uguale al cammino geometrico per processi nei quali la particella urtante perde completamente la sua individualità in un urto (processi catastrofici) (fig. 2); sensibilmente maggiore di quella geometrica in processi nei quali la costante di anelasticità è minore di 1.

(*) Presentemente al « Max Planck » Institut für Physik, Göttingen.

1. - Introduzione.

Nei calcoli teorici sulla cascata nucleonica alle alte energie, nell'ambito sia della teoria della produzione multipla che di quella della produzione plurima ⁽¹⁾ e ⁽²⁾, si fa spesso uso dell'ipotesi che le sezioni d'urto per i processi nucleari elementari siano del tipo Bremsstrahlung, cioè dipendano solo dal rapporto fra l'energia della particella uscente e l'energia del primario. Questa ipotesi viene assunta (specialmente nella teoria della produzione multipla), forse più per le semplificazioni matematiche che essa permette, che per fondate ragioni fisiche. È quindi importante cercare se essa può in qualche modo essere vagliata sperimentalmente, e, quindi, il suo estensivo uso possa essere, almeno parzialmente, giustificato.

È noto che se si assume una radiazione primaria con spettro energetico rappresentato da una legge del tipo AE^{-n} , la sola ammissione della sezione d'urto tipo Bremsstrahlung, ha come conseguenza che:

a) lo spettro di potenza della componente nucleonica si conserva nell'attraversamento dell'atmosfera;

b) il coefficiente d'assorbimento della radiazione è indipendente dall'energia.

Il sospetto che l'ipotesi di Bremsstrahlung non sia corretta, potrebbe sorgere dal fatto che la conseguenza b) è smentita dall'esperienza; d'altra parte è stato di recente mostrato sperimentalmente ⁽³⁾ che lo spettro primario, almeno alle medie energie, è notevolmente diverso da uno spettro di potenza. È allora da indagare se questa diversità può spiegare la deviazione dalla conseguenza b) nell'ambito dell'ipotesi di Bremsstrahlung che in tal caso sarebbe giustificato mantenere.

Ad energie maggiori di qualche decina di GeV, deviazioni dalle sezioni d'urto, da introdursi nelle equazioni di diffusione, dal tipo Bremsstrahlung, sono indispensabili quando si voglia tener conto del fatto che mesoni come i pioni possono contribuire alla cascata nucleare, e che ci sono indizi ormai molto attendibili che la molteplicità delle particelle prodotte negli urti ele-

(1) J. HAMILTON, W. HEITLER e H. W. PENG: *Phys. Rev.*, **64**, 78 (1943); W. HEISENBERG: *Zeits. f. Phys.*, **101**, 533 (1936); **113**, 61 (1939); **126**, 1569 (1949); *Cosmic Radiation* (New York, 1946); H. W. LEWIS, J. R. OPPENHEIMER e S. A. WOUTHUYSEN: *Phys. Rev.*, **73**, 127 (1948); G. WATAGHIN: *Phys. Rev.*, **75**, 693 (1949); B. FERRETTI: *Nuovo Cimento*, **6**, 379 (1949); M. CINI e G. WATAGHIN: *Nuovo Cimento*, **7**, 135 (1950); P. BUDINI e N. DALLAPORTA: *Nuovo Cimento*, **7**, 3 (1950); H. MESSEL: *Phys. Rev.*, **83**, 21, 26 (1951).

(2) W. HEITLER e L. JÁNOSSY: *Proc. Phys. Soc.*, **62**, A, 374 (1949).

(3) J. R. WINKLER, T. STIX, K. DWIGHT e R. SABIN: *Phys. Rev.*, **79**, 656 (1950).

mentari cresce con l'energia. Nella seconda parte di questo lavoro cercheremo di studiare in modo semiquantitativo l'effetto di queste deviazioni.

2. - Cascata nucleonica con condizioni iniziali arbitrarie.

Studieremo lo sviluppo unidimensionale della cascata nucleonica per energie maggiori di 4 o 5 GeV dimodochè sia giustificato il trascurare l'effetto del taglio di latitudine alle latitudini non troppo basse. Si può inoltre facilmente dimostrare che l'effetto, sia della ionizzazione che del frenamento in materia nucleare sul coefficiente d'assorbimento, è trascurabile, meno che nell'ipotesi, alquanto poco plausibile, che ogni nucleone perda in media in ogni urto anelastico solo una frazione piccola della sua energia.

Seguiremo le linee del noto lavoro di HEITLER e JÁNOSSY ⁽²⁾ per quanto riguarda il calcolo dell'effetto della discontinuità della materia nucleare; non resteremo tuttavia vincolati all'ipotesi della produzione plurima e terremo conto anche dei protoni di rinculo senza tuttavia distinguerli dai protoni primari o da quelli eventualmente accelerati dai mesoni nel corso della cascata nucleonica entro il nucleo.

L'equazione di diffusione dello spettro differenziale nucleonico $S(E, t)$, in materia nucleare omogenea sarà dunque:

$$(1) \quad \frac{\partial S(E, t)}{\partial t} = -a S(E, t) + \int_E^\infty S(E', t) v \left(\frac{E}{E'} \right) \frac{dE'}{E'},$$

dove, dato un nucleone di energia $E' > E$ allo spessore t , $v(E/E')(dE'/E') dt$ rappresenta la probabilità che venga creato un nucleone con energia E nell'intervallo $t, t + dt$. a è il cammino d'urto dei nucleoni in materia nucleare omogenea. Trasformando la (1) secondo Mellin otteniamo:

$$(2) \quad \frac{\partial M(s, t)}{\partial t} = M(s, t)[v(s) - a],$$

con

$$(3) \quad \begin{cases} v(s) = \int_0^1 z^{s-1} v(z) dz, \\ M(s, t) = \int_0^\infty E^{s-1} S(E, t) dE, \end{cases}$$

da cui

$$(4) \quad M(s, t) = M(s, 0) \exp [-(a - v_s)t].$$

Per passare allo spettro $S(E, l)$ in materia ordinaria, si ha che, indicando con $P(l, t)$ la distribuzione di probabilità dei percorsi t in materia nucleare, per un dato percorso in materia ordinaria avremo:

$$(5) \quad S(E, l) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0 - i\infty}^{s_0 + i\infty} ds \int_0^\infty P(l, t) E^{-s} M(s, 0) \exp [-(a - v_s)t] dt = \\ = \frac{1}{2\pi i} \int_{s_0 - i\infty}^{s_0 + i\infty} E^{-s} M(s, 0) \exp [-f(a - v_s)l] ds,$$

dove abbiamo supposto di misurare l in spessori d'assorbimento geometrico che noi porremo uguale a 67 g cm^{-2} ; la funzione f si trova tavolata nel citato lavoro (2).

La (5) si può integrare col metodo della sella e si ottiene:

$$(6) \quad S(E, l) = E^{-s} M(s, 0) [2\pi F(s)]^{-1/2} \exp [-f(a - v_s)l],$$

con la condizione di sella determinata da:

$$(7) \quad -f'(a - v_s)l + M'(s, 0)M^{-1}(s, 0) - \log E = 0,$$

e

$$F(s) = -f''(a - v_s)l + M''(s, 0),$$

nelle quali gli indici indicano le derivazioni rispetto ad s .

Se lo spettro iniziale non differisce molto da uno spettro di potenza, l'assorbimento si potrà considerare approssimativamente esponenziale con coefficiente d'assorbimento $\lambda(E, l)$ dato da:

$$(8) \quad \lambda(E, l) = -\frac{\partial \log S(E, l)}{\partial l} = \\ = f(a - v_s) - \left[\frac{\partial \log M(s, 0)}{\partial s} - f'(a - v_s)l - \log E \right] \frac{ds}{dl},$$

nella quale s va pensata come funzione di E e di l tramite la (7).

3. - Applicazione allo spettro iniziale di Winkler.

Come rilevato sperimentalmente da WINKLER e collaboratori (3), lo spettro protonico primario così come quello nucleonico (4) devia notevolmente da uno spettro di potenza fra 1 e $\sim 30 \text{ GeV}$. Al di là di tale energia lo spettro ini-

(4) B. PETERS: *Progress in Cosmic Ray Physics* (Amsterdam, 1952), p. 191.

ziale può con buona approssimazione identificarsi con uno spettro di potenza; infatti da ~ 30 GeV a $\sim 10^8$ GeV l'esponente dello spettro varia certo meno di una unità mentre di altrettanto varia fra 1 e ~ 30 GeV ⁽³⁾. Lo spettro differenziale dedotto da quello sperimentale si può approssimare con

$$(9) \quad S(E, 0) = \frac{AE^\alpha}{(B + E)^{k+\alpha}} \quad \begin{array}{ll} \text{con } A = 12,5 & \alpha = 0,2 \\ B = 6 & k = 2,8, \end{array}$$

con un errore massimo del 10% tra 5 e 70 GeV e con accordo asintotico alle alte energie. Si ottiene allora facilmente:

$$(10) \quad M(s, 0) = AB^{s-k} \frac{\Gamma(s + \alpha)\Gamma(k - s)}{\Gamma(k + \alpha)}.$$

Dobbiamo ora precisare la forma da dare alla $v(z)$. Osserviamo anzitutto, che dato il significato della funzione f nelle (4) e (6), che si può pensare come operatore che fa passare dal coefficiente d'assorbimento ($a - v_s$) in materia nucleare a quello in materia ordinaria $f(a - v_s)$, se la materia ordinaria viene misurata in spessori d'urto geometrici, la materia nucleare andrà misurata in diametri nucleari; allora, introducendo per le sezioni d'urto l'unità di misura $(\hbar/m_\pi c^2)^2$ con $m_\pi = 270$ risulta ⁽²⁾ che il valore di $v(z)$ rappresenta anche la sezione d'urto differenziale per nucleone.

Supponiamo ora che sia n il numero medio di particelle N (cioè particelle che daranno luogo ad urti nucleari anelastici) che si hanno dopo ogni urto di una particella della componente N con un nucleone. Porremo:

$$(11) \quad v(z) = n\alpha(1 - z)^\beta,$$

supporremo inoltre che la sezione d'urto totale sia uguale a quella geometrica, cioè:

$$(12) \quad a = \int_0^1 \alpha(1 - z)^\beta dz = \frac{\alpha}{\beta + 1} = \pi, \quad \text{da cui } \alpha = \pi(\beta + 1),$$

e quindi:

$$(13) \quad v(z) = n\pi(\beta + 1)(1 - z)^\beta.$$

Nell'ipotesi di Bremsstrahlung pura, sia n che β devono essere indipendenti dall'energia della particella incidente. Per quanto riguarda n ciò non sarà più legittimo quando le energie dei mesoni π (qualche decina di GeV a seconda della quota) sono tali da rendere apprezzabile il loro contributo alla cascata nucleonica. Noi porremo $n = 2$ (un nucleone primario ed uno di rinculo); in tal caso per ottenere lo spessore d'assorbimento sui 100 g cm⁻² verso le alte energie è necessario porre $\beta = 1$. Ponendo la (10) e la (13) nelle (7) e (8) si ottengono così i valori dello spessore d'assorbimento in funzione dell'energia a varie quote

riportati in fig. 1. Sempre con la condizione di avere uno spessore d'assorbimento sui 100 g cm^{-2} alle alte energie si può porre nella (13) $\beta = 0$, $n = 1$ (il nucleone di rinculo riceve in media una piccola energia ed è molto probabile che al nucleone primario rimanga una grossa frazione d'energia)

e $\beta = 2$, $n = 3$; i valori relativi per lo spessore d'assorbimento per $l = 500 \text{ g cm}^{-2}$, sono stati riportati in fig. 1.

I dati sperimentali sullo spessore d'assorbimento sono parecchi, tuttavia difettano per precisione e il riferimento all'energia può essere solo approssimativo. Abbiamo mediato i valori riportati da G. PUPPI e N. DALLAPORTA ⁽⁵⁾ nei tre intervalli, < 2 ; $2 \div 11$; $> 11 \text{ GeV}$. Abbiamo mediato indifferentemente su tutte le quote, pur manifestando i dati sperimentali, in media un aumento dello spessore

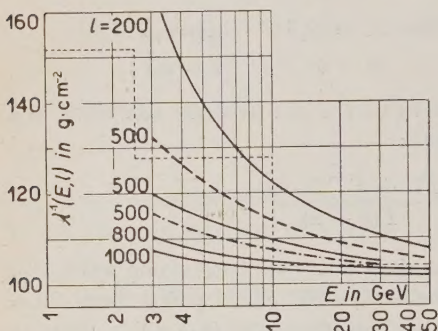


Fig. 1.

— · — · — $\beta = 0$ $n = 1$ — $\beta = 1$ $n = 2$
 - - - - $\beta = 2$ $n = 3$ - - - - Sperim.

d'assorbimento col diminuire di l come previsto dalla teoria. Il risultato è riportato in fig. 1. Come si vede, la teoria può spiegare l'andamento generale dello spessore d'assorbimento con l'energia, pur rimanendo nell'ambito dell'ipotesi di Bremsstrahlung.

4. — La cascata nucleonica alle altissime energie.

Alle altissime energie (maggiori di alcune decine di GeV) è da aspettarsi una deviazione dall'ipotesi di Bremsstrahlung per due motivi:

A) Per la dilatazione relativistica delle vite medie dei mesoni di Yukawa nuove particelle entrano a far parte della componente N all'aumentare delle energie.

B) Il numero delle particelle prodotte in un urto elementare cresce con l'energia (produzione multipla).

Naturalmente l'abbandonare l'ipotesi di Bremsstrahlung equivale ad invalidare tutto il calcolo finora svolto. Le ipotesi A) e B) equivalgono a pensare n nella (12) non più costante ma dipendente da E ; di modo che nella funzione integranda in (1) comparirà a fattore una certa $n(E')$. Si può tuttavia dimo-

⁽⁵⁾ G. PUPPI e N. DALLAPORTA: *Progress in Cosmic Ray Physics* (Amsterdam, 1952), p. 355.

strare che se $n(E')$ (che è del tipo AE^α con $\alpha \leq 1/2$) è lentamente variabile rispetto ad $S(E, t)/E$ (che è del tipo BE^{-n} con $n \geq 3,8$), si ottiene una approssimazione ottima ai nostri fini ponendo nella (11)

$$(11') \quad v(z) = n(E)\alpha(1-z)^\beta,$$

e considerando E indipendente da z nelle integrazioni su z . (A rigore n andrebbe calcolata ad un valore \bar{E} leggermente maggiore di E ; tuttavia, date le incertezze esistenti sulla funzione $n(E)$ e il vasto intervallo percorso da E , si potrà liberamente porre $\bar{E} = E$).

Un'altra correzione alla (11) proviene dal fatto che è probabile che alle alte energie si debba attribuire al nucleone una struttura, di modo che la frazione di campo (o di energia) del nucleone primario che nell'urto viene liberata, dipenda dal parametro d'urto ⁽⁶⁾ cosicchè al nucleone primario rimane nell'urto medio una buona parte della sua energia; questa considerazione si può fissare prendendo al posto della (11')

$$(11'') \quad v(z) = n(E)\alpha(1-z)^\beta + \varepsilon z^\gamma.$$

Infatti in tal caso è $v(1) \neq 0$.

Manterremo ancora la condizione (12) $a = \pi$ di modo che avremo

$$(14) \quad \alpha = \left[\pi - \frac{\varepsilon}{n(\gamma + 1)} \right] (\beta + 1).$$

La frazione δ di energia che in ogni urto rimane alla componente N sarà data da

$$(15) \quad \delta = \frac{1}{\pi} \int_0^1 z v(z) dz = \frac{\left[\pi - \frac{\varepsilon}{n(\gamma + 1)} \right] n}{\pi(\beta + 2)} + \frac{\varepsilon}{\pi(\gamma + 2)},$$

di cui la frazione

$$(16) \quad \delta_0 = \frac{\varepsilon}{\pi(\gamma + 2)},$$

rimane al nucleone primario ($k = (1 - \delta_0) =$ costante di anelasticità); da questo si vede ancora che $\varepsilon = 0$ e così la (11') corrisponde all'ipotesi catastrofica.

Alle energie che noi consideriamo, lo spettro primario sarà praticamente uno spettro di potenza con esponente 2,8 di modo che la (7) darà $s = 2,8$ per tutte le energie e quote, e dalla (8) si ricaverà che lo spessore d'assorbimento sarà dato da

$$(17) \quad l_{\text{ass}} = f^{-1}(a - v_s) \quad \text{con } s = 2,8$$

(6) E. FERMI: *Progr. Theor. Phys.*, **5**, 570 (1950).

misurato in cammini geometrici. Introducendo la (11') nella (3) otteniamo

$$v(s) = n(E)\alpha \int_0^1 z^{1,8}(1-z)^\beta dz + \int_0^1 \varepsilon z^{\gamma+1,8} dz,$$

da cui si ha

$$v(s) = n(E)\alpha B(1,8; \beta) + \frac{\varepsilon}{\gamma + 2,8},$$

in cui

$$B(1,8; \beta) = \frac{\prod(1,8)\prod(\beta)}{\prod(2,8 + \beta)},$$

è la funzione beta. Tenendo conto ora delle (14), (15) e (16) si ha

$$v(s) = n \left(\pi - \frac{\delta_0(\gamma + 2)}{n(\gamma + 1)} \right) (\beta + 1) B(1,8; \beta) + \delta_0 \frac{\pi(\gamma + 2)}{\gamma + 2,8},$$

da cui, osservando che la $B(1,8; \beta)$ si può approssimare con $\frac{2,3}{(\beta + 1)(\beta + 2)(\beta + 3)}$ avremo:

$$(18') \quad a - v_{2,8} = \pi \left[1 - \frac{2,3(\delta - \delta_0)^2}{n + \delta - \delta_0 \frac{2\gamma + 3}{\gamma + 1}} - \delta_0 \frac{\gamma + 2}{\gamma + 2,8} \right],$$

che per $\varepsilon = 0$ ($\delta_0 = 0$) si riduce alla:

$$(18'') \quad a - v_{2,8} = \pi \left(1 - \frac{2,3\delta^2}{n + \delta} \right).$$

È interessante osservare che le (18) sono largamente indipendenti dalla particolare forma assunta per la $v(z)$; infatti solo la (18') dipende debolmente da γ ; tutti gli altri parametri rappresentano caratteristiche fisiche del fenomeno d'urto. Ora si osservi che l'ipotesi A) (mesoni come i pioni entrano a far parte della componente N) equivale ad un aumento di n accompagnato da un aumento di δ nella (15) che inizialmente potrà aumentare proporzionalmente a n (β rimarrà circa costante); allora all'aumentare di n le (18) potranno diminuire, cioè aumentare la (17). Il contributo dei pioni alla componente N potrà anche portare ad un aumento del cammino d'assorbimento dello spettro, il che non è contrario a una parte delle osservazioni sperimentali (7).

Per energie molto grandi, tuttavia, δ , dato dalla (15), dovrebbe tendere ad un valore limite costante molto prossimo ad 1. In tal caso sia dalla (17) che

(7) T. G. WALSH e O. PICCIONI: *Phys. Rev.*, **80**, 619 (1950).

dalle (18), per grandi energie e quindi grandi n si avrà

$$(19') \quad \lim_{E \rightarrow \infty} l_{\text{ass}} \begin{cases} \rightarrow = f^{-1}(\pi) & \text{processi catastrofici } (\delta_0 = 0), \\ \rightarrow = f^{-1} \left[\pi \left(1 - \frac{\gamma + 2}{\gamma + 2,8} \delta_0 \right) \right] & \text{processi non catastrofici } (\delta_0 \neq 0). \end{cases}$$

Assumendo un libero cammino medio di 60 g cm^{-2} abbiamo riportato in fig. 2 l'andamento dello spessore d'assorbimento in aria calcolato con la (18'') (caso catastrofico) ponendo $\delta = 0,9$ e assumendo per la molteplicità i dati di HEISENBERG ⁽¹⁾ e FERMI ⁽⁶⁾ rispettivamente. Come si vede le due teorie danno risultati poco diversi, dato che poco diverse sono nei due casi le molteplicità previste alle energie alle quali gli spessori d'assorbimento non hanno ancora raggiunto l'andamento asintotico. Nel caso non catastrofico, l'andamento sarebbe simile, salvo a spostare l'asintoto; per esempio, per costante di anelasticità $k = 0,5$ ($\delta_0 = 0,5$) si avrebbe che lo spessore d'assorbimento asintotico alle alte energie risulterebbe maggiore di 90 g cm^{-2} (a seconda dei valori di γ) anzichè 72 come nel caso catastrofico. Osserviamo che un δ_0 notevolmente diverso da zero indicherebbe la presenza nei secondari di un urto nucleare, di un gran numero di nucleoni, dato che i mesoni dovrebbero dare verosimilmente un contributo nullo a δ_0 .

I dati sperimentali sui processi nucleari molto energetici ($E > 10^{11} \text{ eV}$) danno degli spessori d'assorbimento molto prossimi a quello geometrico ⁽⁸⁾ il che tenderebbe a favorire l'ipotesi dei processi multipli catastrofici alle altissime energie (formula (19')). Tuttavia bisogna osservare che un nucleone (o mesone) secondario di grande energia ($E > 10^{11} \text{ eV}$) ha grande probabilità di trovarsi nelle vicinanze dell'asse di uno sciame esteso e quindi vanno escluse dalle considerazioni quelle esperienze che separano gli eventi nucleari dagli sciami estesi, in quanto favoriscono (tanto più fortemente quanto più alta è l'energia) gli eventi primari per i quali in ogni caso l'assorbimento sarà geometrico; per le altissime energie saranno accettabili tra le attuali tecniche addirittura le sole esperienze in emulsione fotografica.

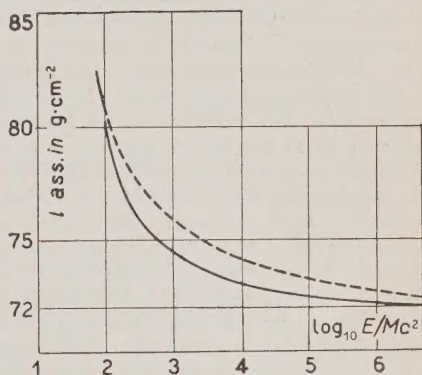


Fig. 2.

—— Heisenberg ---- Fermi

⁽⁸⁾ T. G. STINCHCOMB: *Phys. Rev.*, **80**, 479 (1950); W. E. HAZEN, C. A. RANDALL e O. L. TIFFANY: *Phys. Rev.*, **75**, 649 (1949).

SUMMARY

A theory of the nucleonic cascade holding for energies larger than some GeV is outlined; Bremsstrahlung-like cross-sections depending on the fractional energy (primary energy/secondary energy) are used and recoil nucleons, fluctuations as well as deviations of the primary spectrum from a pure power law (WINCKLER⁽³⁾), are taken into account. It is found that the behaviour of the nucleonic component in the atmosphere, in particular the variation with energy of the absorption thickness (fig. 1) (consequence of Winckler's spectrum) is well fitted with data experimentally derived; this circumstance justifies the hypothesis of the Bremsstrahlung-like cross section in the considered energy range. For energies larger than some ten GeV cross-sections are expected to deviate from the Bremsstrahlung law because of the following two reasons: *a*) as the energy increases new particles, like pions, are contributing to the nucleonic cascade; *b*) the multiplicity of the generated particles encreases with energy. If one considers these deviations as rather slow-varying functions of the energy, it is possible to apply the usual mathematical procedure and it may be argued, by the aid of considerations rather largely independent of the particular form of the cross-sections, that the deviation *a*) may be responsible of a partial increase of the absorption path, whereas the hypothesis *b*), which comes into consideration for energies larger than those implied by the hypothesis *a*), yelds a diminution of the absorption path with increasing energy up to an asymptotic value practically equal to the geometrical path, for those processes in which a particle entirely loses its individuality in a single collision (catastrophic processes (fig. 2)) and sensibly larger in processes characterized by an anelasticity constant smaller than 1.

Determinazione sperimentale delle curve di risonanza nel moto degli elettroni lenti dell'alta atmosfera.

M. CUTOLO

Istituto di Fisica Tecnica dell'Università, Centro Studi di Radiopropagazione - Napoli

(ricevuto il 27 Febbraio 1952)

Riassunto. — Dopo aver ricordato le linee fondamentali della teoria dell'interazione con risonanza fra onde ed elettroni liberi nei mezzi ionizzati che dimostra teoricamente l'esistenza di curve di risonanza nel moto degli elettroni stessi, quando essi fanno parte di mezzi ionizzati magnetoattivi, si descrivono le delicate ed originali esperienze con le quali è stato possibile per la prima volta dimostrare la reale esistenza di due tipi di curve di risonanza nel fenomeno dell'interazione. Si conclude mettendo brevemente in evidenza le interessanti conseguenze apportate dalle esperienze di cui si dà notizia.

Premessa.

Lo studio della Fisica dell'alta atmosfera va acquistando di giorno in giorno sempre maggiore importanza. Le proprietà di questa regione dell'atmosfera terrestre (chiamata ionosfera) non solo permettono le radiocomunicazioni a grande distanza, ma danno la possibilità, fra l'altro, di studiare indirettamente le relazioni fra Sole e Terra, di spiegare la scintillazione delle stelle, le variazioni del campo magnetico terrestre, e in questi ultimissimi tempi, di contribuire allo studio delle origini della radiazione cosmica. Un metodo veramente efficace per lo studio della struttura del bordo inferiore della ionosfera (strato E) è quello di provocare una interazione fra onde elettromagnetiche di opportune frequenze e gli elettroni liberi dello strato E.

Le teorie dell'interazione, con o senza risonanza, fra onde elettromagnetiche ed elettroni liberi esistenti nei mezzi ionizzati, sono fondate sulle variazioni che subisce il numero degli urti fra elettroni e molecole quando il mezzo è attraversato da oscillazioni elettromagnetiche.

Come ha dimostrato il BAILEY ⁽¹⁾, la sede dove avvengono i fenomeni di interazione è la regione bassa dello strato E, che comincia a 90 km circa dalla superficie terrestre. Per poter studiare esaurientemente il moto degli elettroni liberi, nel suddetto strato, sotto l'influenza di un'onda elettromagnetica, si sono presi, come parametri del movimento, nel caso di assenza di campi elettromagnetici sinusoidali, i valori ricavati dallo studio sperimentale di TOWNSEND e TIZARD e si è supposto che verso i 90 km si trovi aria a temperatura ordinaria di 15° ⁽¹⁾.

Nel presente lavoro ci si propone, dopo un breve richiamo della teoria dell'interazione con risonanza (girointerazione) di V. A. BAILEY, di riferire come è stato possibile determinare sperimentalmente i due tipi, previsti dalla teoria, di curve di risonanza nel moto degli elettroni dell'alta atmosfera.

Inoltre si accenna all'influenza dell'attività solare sul fenomeno della girointerazione, influenza messa in luce dall'esperienza di cui si riferisce.

Si conclude facendo talune interessanti considerazioni.

1. - Brevi richiami della teoria dell'interazione.

In una serie di lavori pubblicati tra il 1934 e il 1938 sul *Philosophical Magazine* ⁽¹⁾, il prof. V. A. BAILEY, ha svolto una teoria per spiegare il meccanismo dell'influenza di due onde nella ionosfera.

Consideriamo la ionosfera come un gas ionizzato immerso in un campo magnetico costante. Il BAILEY ha mostrato, partendo dall'equazione del moto di un elettrone in un gas nelle condizioni dianzi dette, che il lavoro medio \bar{w} compiuto da un campo elettrico sull'elettrone nell'intervallo tra due urti consecutivi contro le molecole del gas, è dato dall'espressione:

$$(1) \quad \bar{w} = \frac{2k}{N\nu} \bar{u} \text{ joule,}$$

dove k è il coefficiente di assorbimento del mezzo, \bar{u} il valore medio del flusso di energia dell'onda attraverso una superficie d'area unitaria normale alla direzione di propagazione, ν la frequenza di collisione.

Con successivi sviluppi si ha:

$$(2) \quad \bar{w} = \tau_{es} E^2 \frac{\frac{1}{2} \sin^2 \varphi}{\nu^2 + \sigma^2 - \nu^2 p' \frac{\sigma}{\Omega}} \text{ joule,}$$

dove $\tau = e^2/m = 2,84 \cdot 10^{-8} \text{ C}^2/\text{kg}$; E è il valore efficace del campo elettrico

⁽¹⁾ D. F. MARTYN: *Phil. Mag.*, **19**, 376 (1935); J. S. TOWNSEND e H. T. TIZARD: *Proc. Roy. Soc.*, A. **88**, 336 (1913); V. A. BAILEY: *Phil. Mag.*, **23**, 929 (1937); **26**, 425 (1938).

dell'onda nel punto di incidenza dell'onda sullo strato; ν è il numero di urti al secondo dell'elettrone contro le molecole del gas; $\sigma = \omega - \Omega$, in cui ω è la pulsazione dell'onda e $\Omega \cdot 2\pi$ è la frequenza giromagnetica locale o girofrequenza; φ è l'angolo tra il vettore campo elettrico dell'onda e il campo magnetico terrestre; p' è una costante e a_s è definito dalla relazione:

$$\log a_s = -2 \int_0^s K ds,$$

essendo K il coefficiente di assorbimento del mezzo relativo all'onda di pulsazione ω ed s la traiettoria curvilinea percorsa dall'onda nello strato ionizzato.

Quando un'onda elettromagnetica attraversa la ionosfera, si scinde, come è noto, in due, onde dette rispettivamente onda ordinaria e onda straordinaria. Particolare interesse suscita il calcolo di \bar{w} per i due tipi di onda, in funzione dei parametri N , ν e K secondo la (1).

Supponiamo che la lunghezza d'onda irradiata da un emettitore corrispondente alla frequenza giromagnetica locale $\Omega \cdot 2\pi$ sia $\lambda g = 200$ m e che i valori di N e di K siano quelli indicati nelle curve di MARTYN ⁽¹⁾ corrispondenti ai due valori di ν quali 10^5 e 10^6 . Se infine immaginiamo che l'onda incida su la ionosfera in modo che E faccia un angolo di 45° con la direzione del campo magnetico terrestre e che la densità media del flusso di energia $U = 1$ erg/s/cm², si hanno le due tabelle calcolate da BAILEY (in sistema C.G.S.) ⁽¹⁾ rispettivamente per l'onda straordinaria e per l'onda ordinaria.

TABELLA I. - *Onda straordinaria.*

$$U = 1; \quad \theta = 45^\circ; \quad \lambda g = 200; \quad N = 10^4.$$

λ (in metri)	$\nu = 10^5$		$\nu = 10^6$	
	$K \cdot 10^6$	$\bar{w} \cdot 10^{15}$	$K \cdot 10^6$	$\bar{w} \cdot 10^{15}$
100	1	2	3	0,6
200	2 000	4 000	300	60
400	2	4	10	2
2 000	30	60	30	6

TABELLA II. - *Onda ordinaria.*

$$U = 1; \quad \theta = 45^\circ; \quad \lambda g = 200; \quad N = 10^4.$$

λ (in metri)	$\nu = 10^5$		$\nu = 10^6$	
	$K \cdot 10^6$	$\bar{w} \cdot 10^{15}$	$K \cdot 10^6$	$\bar{w} \cdot 10^{15}$
100	1	2	1	0,2
200	0,7	1,4	4	0,8
400	5	10	25	5
2 000	70	140	70	14

Dall'esame delle due tabelle scaturisce una interessante constatazione.

Mentre che per l'onda ordinaria (tabella II) \bar{w} cresce con la lunghezza d'onda senza alcunchè di particolare, per l'onda straordinaria \bar{w} è piccolo per le lunghezze d'onda inferiori e superiori ai 200 m mentre che per l'onda $\lambda = \lambda_g$, v presenta un valore massimo straordinario e cioè si produce un notevole grado di risonanza. L'esistenza di un notevole valore di \bar{w} per $\lambda = \lambda_g$, che coincide con le conclusioni della teoria magnetoionica formulata nel 1925 da APPLETON e BARNETT e da NICHOLS e SHELLENG, teoria che prevede un notevole valore di K quando si opera intorno alla frequenza giromagnetica, ha permesso al BAILEY la scoperta teorica della girointerazione.

Sarebbe ora facile dimostrare con l'ausilio del calcolo che se l'onda (che incide sullo strato) non ha modulazione, la frequenza degli urti fluttua intorno a un valore medio che dipende dal campo elettrico E e che se invece l'onda è modulata con frequenza di modulazione n il numero degli urti al secondo fluttua secondo il ritmo della modulazione dell'onda e con un coefficiente di modulazione M' .

Supponiamo ora che un'altra onda di frequenza $\omega'/2\pi$ diversa da $\omega/2\pi$ e per semplicità non modulata, attraversi contemporaneamente lo stesso mezzo ionizzato. Se chiamiamo onda « disturbatrice » l'onda modulata e « ricercata » quella non modulata (per adoperare una nomenclatura usata da D. GRAFFI), è facile vedere che la ricercata subirà un'attenuazione con un coefficiente di assorbimento K' proporzionale al prodotto Nv . E cioè il coefficiente K' varierà nel tempo nello stesso modo con cui varia v . Ma poichè v fluttua con il ritmo della modulazione dell'onda disturbatrice, anche K' fluttuerà con lo stesso ritmo: $K' = K'_0(1 + M' \sin(nt + \psi))$, dove M' ha il significato indicato prima.

Da qui scaturisce chiaramente come la ricercata, la quale entra nel mezzo ionizzato senza modulazione, esce dallo stesso modulata con la medesima frequenza di modulazione n della disturbatrice e con un grado di modulazione parassitaria $M'' = v'M'$, dove v è data dalla espressione

$$\alpha = \int_0^s K'' ds ,$$

e K'' è il coefficiente di assorbimento del mezzo per l'onda ricercata.

L'integrale è esteso a tutto il percorso nella regione ionizzata.

Se l'onda perturbatrice ha una frequenza qualsiasi, compresa nella gamma tra 800 kHz e 100 MHz, la modulazione impressa (*modulazione parassitaria* o *cross-modulation*) su di un'altra onda di frequenza molto distante dalla prima non è in generale superiore al 4 o 5% anche se la potenza di emissione è dell'ordine del centinaio di kW (*effetto Tellegen* o *Lussemburgo* o *ionospheric cross-modulation*). Se invece l'onda perturbatrice ha una frequenza all'incirca uguale alla frequenza giromagnetica locale, allora, per effetto di risonanza, la

modulazione impressa su di un'altra onda può raggiungere persino il 6 o 7% con una potenza di emissione soltanto di 3 o 4 kW (girointerazione).

Come è noto le esperienze condotte tra il 1946 ed il 1948 in Italia, per la prima volta, da M. CUTOLO e collaboratori, giovandosi del metodo sperimentale della variazione della frequenza perturbatrice intorno alla girofrequenza locale, hanno permesso di accertare l'effettiva esistenza della girointerazione e cioè di un fenomeno di risonanza nell'interazione delle onde nella ionosfera.

In realtà la propagazione ionosferica dell'onda non modulata e cioè della ricercata, si svolge dentro uno strato non omogeneo: N , ν e w non sono costanti lungo il percorso dell'onda. Per poter tener conto di ciò, conviene calcolare M'' con maggiore approssimazione mediante la relazione:

$$(3) \quad M'' = \int_0^s K'' M' ds \cong C \int_0^s N \nu \bar{w} ds,$$

dove i simboli sono noti, s è tutto il percorso dell'onda ricercata nella ionosfera e C una funzione, quasi costante, dei parametri geometrici della propagazione dell'onda considerata e della frequenza e profondità di modulazione dell'onda perturbatrice.

Il prodotto $N \nu \bar{w}$, chiamato «indice di interazione», rappresenta il contributo dato al fenomeno dalle singole zone ionosferiche, percorse dall'onda ricercata.

Il calcolo della funzione integranda presuppone la conoscenza della struttura dello strato E. Per N e ν si sono assunti i valori determinati dalla distribuzione di D. F. MARTYN ⁽¹⁾, e cioè:

$$N = 10^8 \exp [y \cdot 10^{-3}] \text{ elettroni/m}^3, \quad \nu = 1,1 \cdot 10^8 \exp [-y \cdot 10^{-4}] \text{ urti/s},$$

dove y è l'ordinata verticale verso l'alto, misurata in metri a partire da una superficie sferica concentrica alla superficie terrestre e distante circa 90 km da questa. Nell'ipotesi di un campo magnetico verticale, di una potenza irradiata dalla stazione disturbatrice di 10 kW e di un angolo di incidenza sul livello $y = 0$ di 45°, sostituendo nell'integrale i valori indicati per w (vedi la (2)) per N e ν e riportando in diagramma i valori della lunghezza d'onda della disturbatrice (in ascisse) e del prodotto $N \nu w \cdot 10^{11}$ (in ordinate), V. A. BAILEY ottiene le curve della fig. 1, il cui parametro è l'ordinata verticale y , compresa fra 2 e 5 km. Queste curve sono state calcolate per la frequenza giromagnetica di Londra, corrispondente ad una lunghezza d'onda di 236 metri. Dall'esame del diagramma si rileva che per penetrazioni dell'onda ricercata nello strato E comprese tra 2 e 4 km, si ha un solo massimo della funzione $N \nu w$, molto prossimo alla girofrequenza; non appena la penetrazione supera il valore di 4, 5 km, si hanno due massimi distinti di tale funzione, e quindi

di M'' . Giova infine notare che, con l'ulteriore aumento della penetrazione i punti di massimo si verificano in corrispondenza di frequenze sempre più lontane dalla frequenza giromagnetica e la curva tende ad appiattirsi.

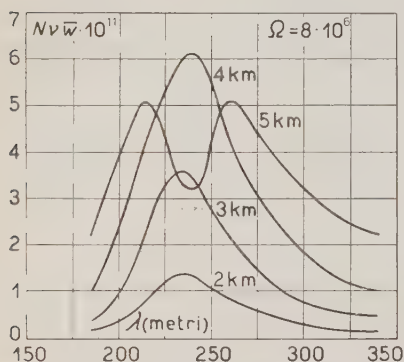


Fig. 1. - Diagramma della funzione $Nvw_m = f(\lambda)$ calcolata per la frequenza giromagnetica pertinente al cielo di Londra; parametro delle curve è la profondità y di penetrazione dell'onda ricercata nello strato E.

Si passa quindi, con il variare della penetrazione dell'onda ricercata, dalla girointerazione all'interazione senza risonanza (effetto Tellegen o Lussemburgo) ⁽²⁾.

2. - Rilievi sperimentali.

2.1. - Allo scopo di comprovare sperimentalmente l'esistenza delle curve di risonanza di fig. 1 sono state eseguite talune originali esperienze tra il Giugno e Luglio 1949, come risulta da altre pubblicazioni ⁽³⁾.

Allo scopo di rendere più chiara l'esposizione delle ulteriori esperienze si riassumono in questo numero le esperienze del 1949 e si richiamano i criteri adottati per l'esecuzione delle espe-

rienze stesse, criteri che sono identici a quelli adoperati nelle esperienze di cui per la prima volta si dà qui notizia nei numeri 2 e 3.

Per poter generare la girointerazione e per effettuare il rilievo occorre evidentemente un'onda elettromagnetica non modulata, un dispositivo di misura della modulazione parassitaria ed un campo elettromagnetico modulato la cui frequenza variasse intorno alla frequenza giromagnetica locale.

Poichè la frequenza dell'onda ricercata dipende dalla distanza tra il posto emittente di questa onda e la località ricevente ⁽⁴⁾ si pensò di iniziare le prove adoperando la stessa frequenza con cui negli anni precedenti si mostrò l'esistenza del fenomeno di risonanza nell'interazione e cioè di kHz 430 pari a m 630.

Pertanto lo schema delle esperienze risultò così concepito: emittente dell'onda ricercata di m 630 sita a Taranto, la stazione ricevente nei laboratori dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale « G. Ferraris » a Torino e il pannello

⁽²⁾ M. CARLEVARO: *Nuovo Cimento*, **6**, 535 (1948).

⁽³⁾ M. CUTOLO, R. FERRERO e M. MOTZO: *Alta Frequenza*, **19**, 3 (1950).

⁽⁴⁾ M. CUTOLO: *Nature*, **150**, 834 (1947); *Nuovo Cimento*, **5**, 475 (1948); vedi anche nota ⁽¹⁾.

trasmettente dell'onda disturbatrice (giroonda) sito a Firenze, in modo da essere compreso al massimo in un raggio di 200 km dalla proiezione sulla Terra del punto di riflessione nella ionosfera (sito nel cielo di Montefalco in Provincia di Foligno, a metà cammino tra Taranto e Torino) del campo elettromagnetico proveniente da Taranto.

Poichè la frequenza giromagnetica di Montefalco a 90 km di altezza è all'incirca di 1200 kHz pari a m 250, si pensò che sarebbe stato opportuno variare la frequenza dell'onda disturbatrice da kHz 1333 pari a 225 m a kHz 1070, pari a m 280 di 5 in 5 metri e quando occorreva anche di metro in metro.

Per la scarsa potenza delle due onde emesse, il che comportava sia la difficoltà di creare nello strato E un campo sufficiente per provocare l'opportuno $\Delta\nu$, sia l'eliminazione in ricezione degli atmosferici abbastanza rilevanti nel periodo del nostro lavoro, il rilievo delle curve di risonanza si presentò molto difficoltoso, salvo durante la notte del 13 Luglio in cui il fenomeno invece fu intenso e si ebbe per quasi tutta la durata dell'esperienza, probabilmente per particolari condizioni dello strato ionizzato.

In tutto furono effettuate 12 notti di esperienze con complessivo lavoro di osservazione di circa 40 ore.

Le esperienze mostrarono che effettivamente esistono curve di risonanza nel moto degli elettroni lenti della ionosfera. Inoltre misero in luce che con la frequenza dell'onda ricercata di 475 kHz si ottiene una penetrazione tale dell'energia nello strato E, da generare la curva di risonanza a due massimi.

I diagrammi di fig. 2 sono stati scelti fra i più significativi tra quelli ottenuti nelle giornate di esperienze.

Il metodo di misura della modulazione parassitaria di cui si è parlato diffusamente in precedenti lavori ⁽⁵⁾, è stato quello di confronto.

L'apparecchiatura era costituita da un ricevitore di elevata sensibilità, sui cui circuiti di media e bassa frequenza sono inseriti due oscillografi, il primo direttamente, il secondo attraverso un filtro per frequenze acustiche a stretta banda. Gli oscillatori a radiofrequenza e a bassa frequenza (a battimenti) nonché il relativo voltmetro e il partitore di tensione calibrato costituiscono il dispositivo di taratura.

L'adozione del filtro acustico a stretta banda (± 25 Hz) permise l'eliminazione di gran parte degli atmosferici. Trattandosi di un metodo di confronto, l'errore globale della misura si può ritenere contenuto entro il 10%; valore questo molto piccolo trattandosi di gradi di modulazione parassitaria di qualche per cento. Le curve di fig. 2 sono state tracciate riportando sulle ascisse le lunghezze d'onda della disturbatrice e sulle ordinate le percentuali

⁽⁵⁾ M. CUTOLO e R. FERRERO: *Alta Frequenza*, **17**, 212 (1948); *Nuovo Cimento*, **5**, 518 (1948).

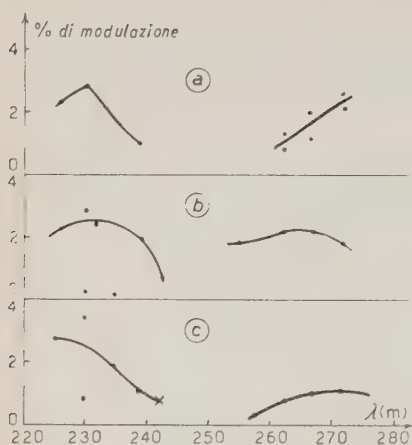


Fig. 2 abc). — Diagrammi della percentuale di modulazione parassita in funzione della lunghezza d'onda λ della stazione disturbatrice; rilievi effettuati: a) il 2 Luglio; b) il 3 Luglio; c) il 6 Luglio (x, punto doppio).

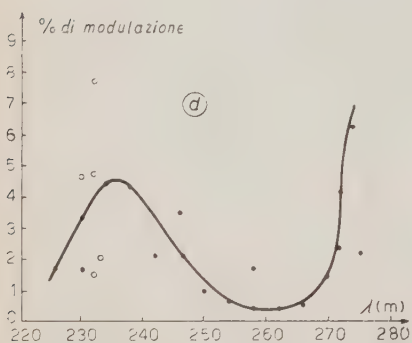


Fig. 2 d). — Diagramma della percentuale di modulazione parassita in funzione della lunghezza d'onda λ della stazione disturbatrice; rilievo effettuato il 9 Luglio (• punti rilevati in una prima escursione per valori crescenti di λ ; ○ punti rilevati successivamente e non considerati nel tracciamento della curva).

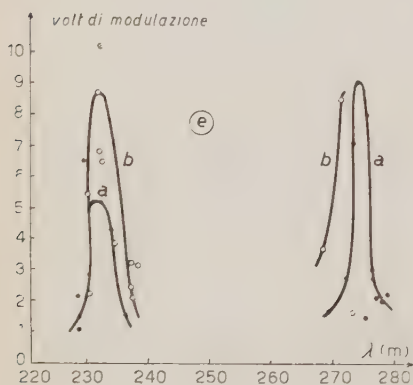


Fig. 2 e). — Diagramma dell'andamento della curva di risonanza in funzione della lunghezza d'onda della stazione disturbatrice; rilievo effettuato il 13 Luglio (• punti rilevati in una prima escursione, curva a); ○ punti rilevati in una seconda escursione, curva b). Sull'ordinata sono riportati i volt di modulazione.

di modulazione (*a*, *b*, *c*, *d*) oppure una scala arbitraria (*e*) rappresentata dalle tensioni di modulazione lette sul voltmetro elettronico.

Le curve si sono tracciate con riferimento a punti corrispondenti a misure consecutive nel tempo; facendo, dove fu necessario la media di due o più valori ottenuti a breve intervallo di tempo.

La variazione della lunghezza d'onda della disturbatrice (da 225 m a 280 m) venne effettuata in senso crescente o decrescente con ripetute escursioni parziali, prevalentemente intorno ai massimi dell'indice d'interazione. I punte rilevati successivamente e non considerati nel tracciamento delle curve sono stati indicati con differenti simboli.

Osservando i diagrammi della fig. 2, si nota come il massimo inferiore della curva di risonanza è molto chiaro nelle figg. 2*a*, 2*b*, 2*d*, 2*e*; mentre il massimo superiore appare più appiattito nella fig. 2*b* e soltanto il ramo ascendente compare nella fig. 2*a*, non essendo stato possibile ottenere, durante quella esperienza, lunghezze d'onda della disturbatrice superiori a 271 m. Una più netta definizione del massimo superiore si è ottenuto invece nel diagramma di fig. 2*e*, ricavato la notte del 13 Luglio 1949. Durante quella notte esso corrispondeva ad una lunghezza d'onda di 275 m. Il minimo dell'indice di interazione, ovvero il minimo della funzione M'' , si è avuto una sola volta e con percentuale molto piccola, di 0,5%.

2.2. — Un rilievo di notevole interesse, effettuato per la prima volta durante le mie esperienze del 1948 e 1949, è quello della decisiva influenza delle macchie

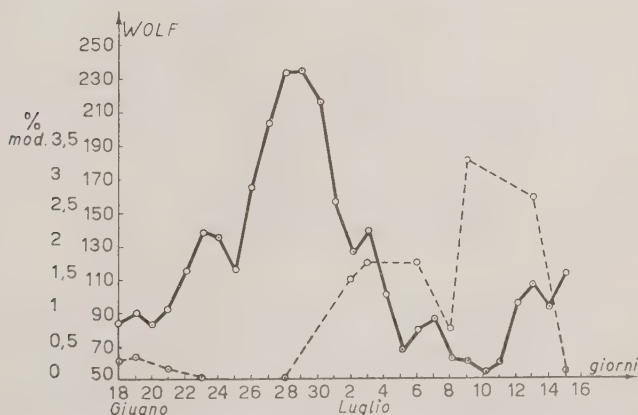


Fig. 3. — Correlazione tra il numero di Wolf (---○---) e la modulazione parassita (—○—).

solari sul fenomeno della girointerazione. Infatti nel 1948 furono eseguite 12 notti di esperienze tra il 12 Maggio ed il 9 Giugno. Soltanto in 7 notti fu

possibile osservare il fenomeno e misurare la modulazione parassita, precisamente nei giorni in cui il numero di Wolf aveva un valore medio intorno alle 150 unità. Nel 1949 furono eseguite 14 notti di esperienze, durante le quali il fenomeno fu misurato soltanto nove volte, e cioè nei giorni in cui il numero di Wolf era compreso tra 90 e 130. Negli altri giorni, quando il numero di Wolf era superiore ai valori suindicati, il fenomeno non fu osservabile, mentre si palesò molto intenso quando il numero di Wolf scendeva al disotto di 90. In particolare l'osservazione del fenomeno sembrava dipendere più che dalle unità di Wolf dalla sua variazione giornaliera, anche se questa era piccola. La fig. 3 dà la correlazione notata nel 1949 tra numero di Wolf e percentuale di modulazione parassita. Analogo andamento della correlazione è stato osservato nel 1948. L'esistenza del fenomeno con numero di Wolf basso è spiegabile, in quanto allora l'azione delle macchie solari non alterava le condizioni della ionosfera adatte per generare la girointerazione, contrariamente a quanto avveniva con numero di Wolf elevato. La scomparsa del fenomeno non si poteva attribuire alle variazioni del campo magnetico terrestre che dovrebbe essere di 1/10 di Oersted per spostare la girofrequenza di ± 200 kHz dal suo normale valore in Italia di 1200 kHz così da uscire dalla gamma delle frequenze disturbatrici esplorate durante le esperienze (da 1070 a 1360 kHz), mentre le variazioni osservate durante il periodo interessato sono state tutto al più di centesimi di gamma.

Più probabile appare invece l'ipotesi che la scomparsa sia dovuta all'aumento di densità elettronica provocato dall'incremento dell'attività solare.

L'aumento della densità elettronica potrebbe allontanare i massimi della curva di risonanza dalla girofrequenza appiattendoli come se apparentemente l'onda fosse penetrata al disopra dei 5 km nella ionosfera.

L'allontanamento dei massimi potrebbe esser tale da aumentare la depressione della curva tra i due massimi, e da portare i massimi stessi fuori della gamma delle frequenze esplorate le quali rimarrebbero così proprio nella depressione.

Pertanto il fenomeno si indebolirebbe tanto da non poter essere più osservato con una potenza disturbatrice di pochi kW.

2.3. — Allo scopo di verificare ulteriormente la teoria della girointerazione e per cercare di determinare sperimentalmente una delle curve a un massimo (fig. 1) una nuova serie di esperienze è stata compiuta tra il Maggio e l'Agosto del 1950. Lo schema delle prove, la località dei posti emittenti e riceventi, il metodo di misura sono stati in sostanza quelli ricordati nel n. 2.1.

È stata soltanto aggiunta una nuova stazione ricercata a Venezia ed un nuovo dispositivo di osservazioni nel laboratorio del Centro Studi di Napoli (fig. 4).

Pertanto, mentre un gruppo di ricercatori compiva osservazioni a Torino

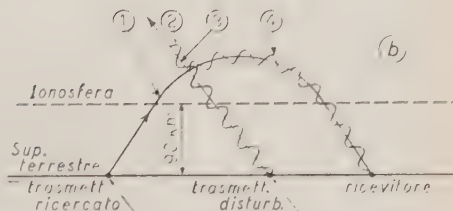
nei laboratori dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale servendosi di un ricevitore sintonizzato sulle onde irradiate da Taranto, un altro gruppo di ricercatori studiava il fenomeno servendosi di un ricevitore accordato sulle onde provenienti da Venezia. La stazione disturbatrice era sempre sita a Firenze.

Fig. 4 a). - Distribuzione topografica delle stazioni ricercate, disturbatrice e di misura, nei cicli di esperienze del 1949 e 1950.



Fig. 4 b). - Meccanismo del fenomeno nella ionosfera.

1) Onda ricercata; 2) Onda disturbatrice; 3) Regione della *cross-modulation*; 4) Modulazione parassita.



Mentre il punto di riflessione per il campo elettromagnetico proveniente da Taranto capitava nel cielo di Montefalco, quello delle onde provenienti da Venezia risultava all'incirca nel cielo di Tolentino (Macerata). La frequenza giromagnetica nei due punti era praticamente la stessa.

Con il seguente gruppo di stazioni (Venezia, Firenze e Napoli) si voleva studiare l'influenza della direzione di propagazione dell'onda ricercata sul fenomeno della giointerazione.

Per poter ottenere una delle curve ad un massimo di fig. 1 era necessario che l'onda ricercata penetrasse di meno nello strato E. Occorreva cioè che la frequenza ricercata emessa a Taranto fosse un po' meno alta di quella con la quale si ottenne nel 1949 la curva a due massimi. Le nuove esperienze furono iniziate con l'intento di ottenere di nuovo, agendo nelle identiche condizioni sperimentali dell'anno precedente, la curva a due massimi. Servendosi della stessa frequenza ricercata di 475 kHz si sono ottenuti i massimi della curva a due picchi sulle stesse due lunghezze d'onda del 1949 (rispettivamente 232 e 272 metri) appena quattro volte su tredici nottate di esperienze. È oppor-

tuno aggiungere che, pure avendo ottenuti i due massimi, non si è riusciti a determinare sperimentalmente tutti i punti costituenti la curva di risonanza come nel 1949. Eppure le condizioni sperimentali erano identiche.

Ciò si deve certamente all'attività solare del 1950, che è stata diversa da quella degli anni 1948 e 1949, tanto è vero che il numero di Wolf non ha superato le 140 unità. La notevole diminuzione dell'attività solare ha prodotto un andamento diverso della correlazione tra numero di Wolf e girointerazione, come si vedrà altrove.

Durante la notte del 7 Giugno 1950, constatato che il fenomeno non si otteneva sui soliti massimi si pensò di far variare la frequenza dell'onda disturbatrice da 245 a 260 metri (e cioè nell'intorno della girofrequenza).

La frequenza della ricercata era di 475 kHz.

L'esperienza mostrò per la prima volta l'esistenza di una curva con un massimo sulla lunghezza d'onda di 255 metri.

La fig. 5 (dove in ascisse sono riportate le lunghezze dell'onda disturbatrice e in ordinate i volt di modulazione letti sul dispositivo di misura) mostra l'andamento della curva ad un massimo.

Questo fenomeno si è ottenuto nel complesso 4 volte, ma solo 2 volte si è potuto costruire una curva di risonanza. In generale, la curva ad un massimo si è avuta con la lunghezza d'onda di Taranto,

diversa da quella solita di 630 metri, salvo, come si è visto, la notte del 7 Giugno 1950.

In due notti invece il fenomeno si è ottenuto con l'onda ricercata di 545 metri. Durante la notte del 1° Agosto 1950 fu possibile eseguire un'esperienza veramente interessante. Si cominciò con l'onda solita di Taranto di 630 metri e con l'onda disturbatrice che variava la sua lunghezza d'onda da metri 225 a 280. Con questo schema si ottennero alcuni punti principali della curva a due massimi. Dopo questo primo rilievo, confermando la possibilità di ottenere quella notte la curva a due massimi, si pensò di aumentare la lunghezza d'onda di Taranto di 5 in 5 metri a partire da 630 metri, mentre la stazione disturbatrice variava di alcuni metri intorno alla girofrequenza. Non appena Taranto emise l'onda di 697 metri si ottenne invece di una curva a due massimi, una curva di risonanza col massimo all'incirca sulla frequenza giromagnetica (fig. 6). Superando di poco la lunghezza d'onda di 697 metri non fu possibile riscontrare il fenomeno di girointerazione.

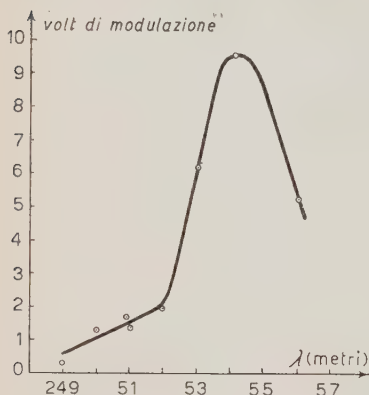


Fig. 5. - Curva sperimentale con un massimo.

Questa esperienza mostrò come, effettivamente, al variare della penetrazione dell'onda ricercata nello strato (vedi fig. 1), è possibile passare da un tipo all'altro di curve di risonanza. È stato così possibile avere una nuova conferma della bontà della teoria della girointerazione. Durante le prove con cui si ebbe la curva a un massimo il numero di Wolf era all'incirca di 58 unità.

Nelle notti del 1° Giugno e del 7 Giugno anche il gruppo di ricercatori che lavorava nel laboratorio del Centro Studi di Napoli poté rilevare la curva col massimo sulla frequenza giromagnetica. La frequenza dell'onda irradiata da Venezia e sulla quale era sintonizzato il dispositivo sito a Napoli era di 430 kHz.

Per la distanza di km 528 tra Venezia e Napoli la frequenza ricercata di 430 kHz era troppo alta rispetto a quella di 200 kHz che secondo la teoria di V. A. Bailey sarebbe stata necessaria, per cui la penetrazione dell'energia elettromagnetica è stata tale da generare la curva di risonanza ad un massimo ⁽⁶⁾.

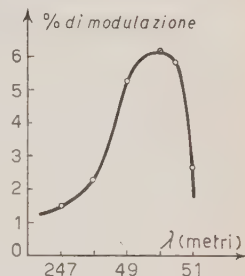


Fig. 6. - Curva sperimentale con un massimo.

3. - Discussione.

Dall'esame dei diagrammi di fig. 2, 5, 6 e da quanto esposto nel n. 2, risulta che effettivamente si può parlare di curve di risonanza con il massimo sulla girofrequenza o con due massimi simmetrici rispetto alla frequenza stessa.

Poichè la possibilità di avere due tipi di curve di risonanza è la conclusione sostanziale della teoria della girointerazione, il lavoro sperimentale, di cui si è data notizia sopra, verifica la teoria suddetta.

Resta da osservare, tuttavia, che la forma delle curve di fig. 2 è differente da quella teorica di fig. 1 e ciò, forse, perchè il mezzo non è omogeneo, contrariamente a quanto supposto nella teoria.

Osservando ancora le curve di fig. 2, si vede che esse sono di forma un po' diversa tra di loro.

Ciò si deve attribuire, ovviamente, alla diversa densità ionica dello strato, densità che è funzione del giorno e dell'ora.

Giova osservare che i valori della profondità di modulazione parassita, misurati in successivi rilievi per una stessa frequenza, differiscono maggiormente in corrispondenza dei massimi e del minimo che non lungo i rami ascendenti e discendenti della curva.

Come risulta dai diagrammi sperimentali, il punto di minimo valore del-

⁽⁶⁾ G. COLONNESE: *Nuovo Cimento, Supplemento* 8, 82, (1951).

l'indice d'interazione (corrispondente alla frequenza della disturbatrice, pari alla frequenza giromagnetica locale), si è potuto rilevare una sola volta e con profondità di modulazione di circa 0,5%. Consentendo l'apparecchiatura di misurare valori dell'ordine del 0,25%, si può affermare che il minimo dell'indice d'interazione si è mantenuto durante le esperienze al disotto del 0,25%. Interessanti considerazioni sul minimo d'interazione sono state fatte altrove (⁷).

La frequenza giromagnetica risultante dalla media dei valori delle frequenze corrispondenti ai due massimi della fig. 2 (curva 1) risulta di 1190 kHz e cioè differente di appena 10 kHz da quella calcolata teoricamente mediante la formula di Larmor (1200 kHz). Osservando i vari diagrammi della fig. 2, si nota che le lunghezze d'onda corrispondenti a ciascuno dei due massimi di interazione sono poco differenti.

La ragione è dovuta alla diversità dell'ora notturna nella quale è stato fatto il rilievo, poichè, come è noto (⁸), la frequenza di risonanza varia per l'appunto con l'ora.

Non meno interessante è l'esame dei diagrammi di fig. 5 e 6.

A parte la differenza della forma delle curve di risonanza ricavate teoricamente da quella delle curve sperimentali, differenza che potrebbe essere anche qui attribuita alla diversa incidenza delle onde sullo strato ionizzato, si nota che le due curve sperimentali, ottenute in due notti diverse e in un modo differente, si somigliano grandemente, con la notevole caratteristica di avere l'andamento del ramo sinistro completamente diverso da quello di destra. Una interessante constatazione va fatta esaminando i diagrammi di fig. 5 e 6.

Gli apici delle curve si notano su lunghezze d'onda differenti tra di loro di ben 7 metri. Poichè le sommità delle curve di risonanza ad un massimo dovrebbero essere discoste di qualche percento dalla frequenza giromagnetica locale, il rilievo sperimentale induce a ritenere che effettivamente la frequenza subisce piccoli spostamenti con l'ora notturna, in contrasto con quanto affermerebbe la teoria della girointerazione ed in accordo con una previsione fatta dallo scrivente, durante le prime esperienze del 1946 (⁸).

Mentre ci si riserva di approfondire le conseguenze a cui portano le curve di risonanza sperimentali, si desidera mettere in luce come il diverso andamento, in funzione dell'ora e del giorno, dei due tipi di curve di risonanza e lo spostamento della lunghezza d'onda, a cui corrispondono il massimo o i massimi, sono fattori di primaria importanza per lo studio della regione E.

(⁷) M. CUTOLO: *Nature*, **166**, 98 (1950).

(⁸) M. CUTOLO, M. CARLEVARO e M. GHERGHI: *Alta Frequenza*, **15**, 111 (1946).

4. — Conferme sperimentali estere e conclusioni.

Lo studio dell'interazione, con o senza risonanza, delle onde nella ionosfera va suscitando, di giorno in giorno, sempre maggiore interesse nei fisici ionosferici. Infatti il metodo dell'interazione è il più efficace, se non proprio l'unico modo, per studiare la struttura e le proprietà elettriche del bordo inferiore della regione E.

Dall'esame dei bollettini ionosferici risulta chiaramente come i dati che riguardano lo strato E siano molto scarsi specialmente nei rilievi notturni, e ciò si deve in parte alle difficoltà tecniche di emettere in regime impulsivo onde lunghe (intorno ai 600 metri).

I più recenti studi compiuti sull'interazione ionosferica senza risonanza si devono a Mr. RATCLIFFE del Cavendish Laboratory dell'Università di Cambridge ed al prof. L. G. H. HUXLEY dell'Università di Birmingham. Tentativi di ottenere curve di risonanza nel fenomeno della girointerazione sono stati compiuti ultimamente in Inghilterra ed in Australia.

Nell'Ottobre scorso il prof. V. A. BAILEY del Physical Department dell'Università di Sidney (Australia) ha compiuto interessanti esperienze. Egli è riuscito ad ottenere la curva di risonanza a due massimi (lettera privata di V. A. BAILEY al sottoscritto) confermando così i risultati delle esperienze italiane del 1949. Degno di rilievo è il fatto che il BAILEY ha adoperato come disturbatrice una stazione funzionante in regime impulsivo e cioè si è servito dello stesso metodo degli impulsi adoperato per la prima volta da CUTOLO nel 1947 ⁽⁴⁾.

Nel Marzo del 1951 anche i fisici del Cavendish Laboratory sono riusciti, dopo vari tentativi infruttuosi, ad ottenere, in condizioni completamente diverse da quelle sperimentali italiane, il massimo superiore della curva di risonanza (risultati non pubblicati).

Non si può terminare la presente memoria, senza accennare al notevole interesse internazionale suscitato dai risultati delle esperienze sulla girointerazione condotte in Italia negli ultimi cinque anni ⁽⁵⁾.

Si ringraziano vivamente i proff. VALLAURI, SOMEDA, CARLEVARO e PINCIROLI per aver fornito mezzi e dispositivi per effettuare le esperienze, l'ing. CASTELNUOVO della R.A.I. per aver messo a disposizione la stazione di Radio Firenze II, tecnici e cavi telefonici, il comandante OLIVA di Maristat per aver

⁽⁴⁾ S. A. SCHELNUNOFF: *Proceed. of the I.R.E.*, **36**, 531 (1948); G. C. VALLAURI e M. BOELLA: *L'Elettrotecnica*, **5**, 254 (1948); L. G. H. HUXLEY e J. A. RATCLIFFE: *Proceed. Inst. Electr. Eng.*, **96**, parte III, 433 (1949); H. W. WELLS: *Proceed. of I.R.E.*, **39**, 394 (1951).

fornito stazioni radio-telegrafiche e personale della Marina Militare, il generale BARBA per il servizio di collegamento radiotelegrafico svolto dall'Aeronautica Militare.

Si è inoltre grati all'ing. R. DE CRISTOFARO e al sig. TIRINNANZI per le trasmissioni di Radio Firenze II, all'ing. R. FERRERO dello I.E.N. per la messa a punto delle apparecchiature di misura, al perito industriale D. MERCOGLIANO ed al capo R.T. della Marina Militare P. MIRABELLA per la collaborazione apportata nei rilievi oscillografici e nelle misure.

SUMMARY

When two electric waves of very different frequencies, one of which is modulated and more powerful than the other, meet in the same ionospheric region, they interact, i.e. the modulated wave impresses its modulation on the unmodulated one. This last wave, returns therefore from the ionosphere with a modulation, called «cross-modulation», referred to here-after as «interaction». This modulation is generally of the order of some percents, but becomes considerably higher when the frequency of the modulated wave is about equal to the local gyrofrequency. This phenomenon, due to a resonance effect, is called «gyrointeraction». Bailey's theory ⁽¹⁾ of gyrointeraction shows that according to the penetration in the E layer (which begins at about 90 km from the surface of the earth) of the unmodulated wave, one may obtain different resonance curves by varying the frequency of the carrier of the modulated station around the gyrofrequency (fig. 1). If the penetration of the wanted wave exceeds 4 km one gets a resonance curve with two maxima instead of one. In paragraph (2.1) we mention briefly the experiments made in Italy in 1949 to obtain curves of resonance with two humps (fig. 2). For these experiments see ⁽²⁾ and ⁽⁷⁾. During the experiments on gyrointeraction, made in Italy in 1948 and 1949, was for the first time observed an appreciable influence of the sunspots on the phenomenon (fig. 3). We have made new experiments in 1950 to obtain curves of resonance with one hump (fig. 5 and 6). Particularly interesting was the experiment made on the 1st August 1950 during which, varying the frequency of the unmodulated station (Taranto), it was possible to pass from a curve with two humps to a curve with one hump. We conclude showing the interesting consequences derived from the mentioned experiences.

Produzione multipla di mesoni negli sciami penetranti.

G. BERTOLINO, M. CINI, P. COLOMBINO e G. WATAGHIN

Istituto di Fisica dell'Università - Torino

(ricevuto il 12 Marzo 1952)

Riassunto. — Si descrivono le esperienze riguardanti la produzione multipla dei mesoni nelle collisioni coi nuclei di alta energia eseguite nel Laboratorio della « Testa Grigia » a 3500 m. Il dispositivo sperimentale adottato (fig. 1) permette di registrare contemporaneamente coincidenze del quarto, quinto e sesto ordine in due distinte apparecchiature perfettamente simmetriche, disponendo su una di dette apparecchiature uno strato di paraffina e sull'altra uno strato di grafite o lasciando le due apparecchiature senza disporvi sopra alcun materiale. Lo strato di paraffina usato ha uno spessore corrispondente a 12 g/cm^2 di carbonio + 2 g/cm^2 di idrogeno; mentre lo strato di grafite corrisponde a 12 g/cm^2 di carbonio. Si è trovato un effetto barometrico sugli sciami penetranti dell'ordine di $(21 \pm 3) \%$ per cm di mercurio. I valori delle frequenze ottenute senza materiale $(f_6/f_5) = 0,5 \pm 0,05$ e con materiali $[(f_6)_P - (f_6)_G]/[(f_5)_P - (f_5)_G] \sim 0,8 \pm 0,3$ permettono di dedurre che la molteplicità degli sciami penetranti osservati è: $\bar{n} \gtrsim 10$. Segue una discussione sui vari possibili modi di generazione degli sciami penetranti nei materiali disposti sulle apparecchiature dalla quale si conclude che l'eccesso di produzione degli sciami penetranti nella paraffina rispetto alla grafite deve essere interpretato come dimostrazione della produzione multipla dei mesoni nella collisione dei nucleoni incidenti coi protoni di idrogeno. Inoltre sono stati osservati sciami penetranti registrati simultaneamente dai due apparecchi e contenenti più di 200 mesoni (su un'area $\sim 5 \text{ m}^2$).

Nella presente nota si riportano i risultati delle esperienze eseguite nel Laboratorio della Testa Grigia (alla quota di 3500 m. pressione media 500 mm Hg) nel periodo dal Dicembre 1950 al Dicembre 1951).

Le esperienze sono una continuazione di quelle pubblicate in un precedente lavoro ⁽¹⁾. Il loro scopo è ancora lo studio della produzione degli sciami

⁽¹⁾ G. WATAGHIN: *Nuovo Cimento, Suppl.*, **6**, 538 (1949).

penetranti (SP) in materiali come paraffina e grafite, con particolare riguardo alla generazione dei mesoni nell'urto dei nucleoni incidenti coi protoni dell'idrogeno.

La disposizione generale degli apparecchi è indicata nelle fig. 1 e 2. Nelle misure si è usato un circuito di coincidenze avente un tempo di risoluzione di $0,9 \mu\text{sec}$ ⁽²⁾ per coincidenze di qualsiasi ordine. Tutte le osservazioni sono state effettuate simultaneamente con due dispositivi atti a rivelare sciami penetranti (vedi fig. 1) ciascuno munito di un apparecchio di registrazione. I due dispositivi sono identici e così pure l'apparecchiatura elettronica di registrazione.

La disposizione dei contatori è modificata rispetto a quella precedentemente usata, sia nei riguardi del numero dei contatori, sia nella schermatura di piombo.

Nella maggioranza delle misure di questa nuova serie per lo studio degli SP nella paraffina e nella grafite furono usati strati di grafite di 12 g/cm^2 (85,3 kg di grafite distribuiti su un'area di 7100 cm^2) e strati di paraffina di 14 g/cm^2 (100 kg di paraffina distribuiti su un'area uguale: in questo caso si aveva per ogni cm^2 12 g di carbonio più 2 g di idrogeno). Lo spessore del sostegno in legno è nei due casi di 2 cm, corrispondente a $1,2 \text{ g/cm}^2$. Una serie di misure sulla quale torneremo in seguito è stata effettuata con spessori doppi di grafite e paraffina (24 e 28 g/cm^2 rispettivamente).

È ben noto che la frequenza degli SP dipende dalla pressione barometrica. JÁ-NOSSY e ROCHESTER nel 1944 hanno trovato un effetto barometrico per SP dell'ordine del 12%. Volendo mettere in evidenza un effetto differenziale dovuto alla presenza di 2 g/cm^2 di idrogeno era necessario eliminare possibili cause di errore dovute all'effetto barometrico. I due dispositivi sono sempre stati usati contemporaneamente disponendo la grafite su uno e la paraffina sull'altro, e con questo si è minimizzata l'influenza delle variazioni barometriche sul valore delle differenze della frequenze degli SP prodotti nella paraf-

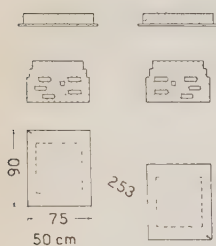


Fig. 1.

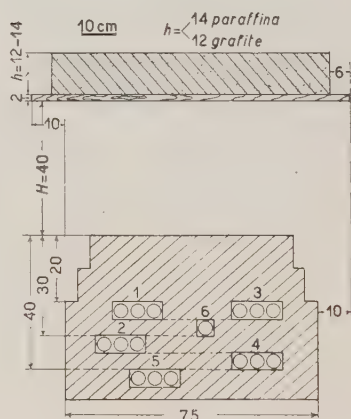


Fig. 2.

(2) P. COLOMBINO: *Nuovo Cimento*, **7**, 955 (1950).

fina e nella grafite. Il calcolo dell'effetto barometrico in assenza di materiale generatore degli SP locali ha dato come valore: $(21 \pm 3)\%$ per cm Hg, e in presenza di tale materiale: $(24 \pm 3)\%$. Un calcolo analogo per le quintuple e per le sestuple ha portato ad un valore dello stesso ordine (22%). Il valore elevato del coefficiente barometrico dimostra che il dispositivo qui descritto seleziona SP di elevata energia prodotti da nucleoni nelle vicinanze del dispositivo, per i quali il cammino d'assorbimento è ~ 65 g/cm² ⁽³⁾.

Durante le misure dell'effetto paraffina-grafite si scambiano i due strati ad intervalli di circa 24 ore per eliminare gli effetti della dissimmetria degli apparecchi registratori. Inoltre vengono intercalati periodi di misura senza materiale (effetto di fondo indicato nelle tabelle con 0).

I risultati delle misure sono riportati nelle tabelle I, II e III. Nella tabella II le medie sono riferite ad intervalli di un giorno e gli errori indicati sono gli errori quadratici medi. Nella tabella III le medie sono riferite ad una pressione media di 49,9 cm Hg.

 TABELLA I. — *Dati osservati.*

	Effetto 0		Tempo (giorni)	Paraffina N. coincid.	Grafite N. coincid.
	Tempo (giorni)	N. coincidenze			
Coincidenze IV .	101,2	11 964	36,61	5 924	5 598
Coincidenze V .	»	6 418	»	2 966	2 788
Coincidenze VI .	»	3 090	»	1 487	1 291

 TABELLA II. — *Numeri di coincidenze per giorno (non corretti per effetto barometrico).*

	0	G	P	G — 0	P — 0	P — G
Coincidenze IV	$118,2 \pm 1,1$	$155,1 \pm 2$	$165,2 \pm 2$	$36,9 \pm 2,3$	$47,0 \pm 2,3$	$10,1 \pm 2,8$
Coincidenze V	$63,4 \pm 0,9$	$75,5 \pm 1,4$	$82,1 \pm 1,4$	$12,1 \pm 1,7$	$18,7 \pm 1,7$	$6,6 \pm 2$
Coincidenze VI	$30,5 \pm 0,7$	$35,6 \pm 1$	$41,2 \pm 1$	$5,1 \pm 1,3$	$10,7 \pm 1,3$	$5,6 \pm 1,4$

 TABELLA III. — *Numeri di coincidenze per giorno (corretti per effetto barometrico).*

	0	G	P	G — 0	P — 0	P — G
Coincidenze IV	$120,9 \pm 1$	$152,9 \pm 2,0$	$162,9 \pm 2$	$32 \pm 2,3$	$42,0 \pm 2,3$	$10,0 \pm 2,8$
Coincidenze V	$65,8 \pm 0,9$	$74,6 \pm 1,4$	$81,1 \pm 1,4$	$8,8 \pm 1,7$	$15,3 \pm 1,7$	$6,5 \pm 2$
Coincidenze VI	$30,3 \pm 0,7$	$35,3 \pm 1$	$40,8 \pm 1$	$5,0 \pm 1,3$	$10,5 \pm 1,3$	$5,5 \pm 1,4$

0, G, P indicano: effetto di fondo, effetto con grafite, effetto con paraffina.

⁽³⁾ G. WATAGHIN: *Nature*, **161**, 91 (1948).

Discussione dei risultati.

Dalle tabelle si constata che per tutti gli ordini di coincidenze, la frequenza registrata nella paraffina è superiore a quella registrata nella grafite.

Ognuno dei dispositivi richiede almeno due particelle penetranti per ottenere una coincidenza quadrupla o quintupla ed almeno tre particelle capaci di penetrare da 20 a 30 cm di piombo per avere una coincidenza sestupla.

Se si fa il confronto fra le frequenze delle coincidenze sestuple e quintuple si trova:

$$\left(\frac{f_6}{f_5}\right)_0 = \frac{30,5}{63,4} = 0,48 \pm 0,05,$$

$$\frac{(f_6)_P - (f_6)_G}{(f_5)_P - (f_5)_G} = \frac{5,6}{6,6} \sim 0,8 \pm 0,5.$$

Osservando che il rapporto fra l'area del sesto contatore e l'area minima individuata dai cinque gruppi di contatori è dell'ordine di 1/15 si trova: per l'effetto di fondo una molteplicità media delle particelle capaci di penetrare 25 cm di piombo dell'ordine di 10 (su un'area di 3800 cm²) e per gli sciami locali generati nell'idrogeno (effetto $P-G$), una molteplicità media: $\bar{n} \gtrsim 10$.

Se questa molteplicità nell'effetto $P-G$ si attribuisce ad un singolo urto di un nucleone incidente di elevata energia con un protone dell'idrogeno, il risultato qui riportato deve essere considerato come la dimostrazione della produzione multipla.

Resta da esaminare il caso di urti multipli nello strato della paraffina e di incidenze simultanee di due o più nucleoni.

Essendo nota la sezione d'urto dei nucleoni veloci coi nuclei di carbonio ⁽⁴⁾ è facile calcolare la probabilità dell'evento seguente: il protone incidente urta prima un atomo di idrogeno e uno dei due nucleoni che ne derivano subisce un secondo urto contro un atomo di carbonio. Il calcolo mostra che la probabilità di quest'evento è sette volte minore della probabilità di un urto semplice. Pertanto tale evento non può influire sensibilmente sui risultati.

L'evento in cui due nucleoni incidono simultaneamente sulla paraffina ed ognuno urta un atomo di idrogeno, si presenta evidentemente in un numero ancora più ridotto di casi.

I nucleoni generatori degli SP nella paraffina o nella grafite o sono protoni primari, ed allora arrivano singolarmente, oppure sono secondari, ed in questo caso fanno parte di una cascata di nucleoni e di mesoni (e di radiazione molle

⁽⁴⁾ J. W. BROXON: *Phys. Rev.*, **80**, 135 (1950); TH. G. STINCHCOMB: *Phys. Rev.*, **80**, 479 (1950); **81**, 323 (1951).

che li accompagna). Tali sciami penetranti generati nell'aria nelle vicinanze del dispositivo sono compresi nel numero degli sciami da noi registrati come effetto di fondo (effetto 0). La loro densità media (~ 30 particelle penetranti per m^2) è sufficiente per essere registrata dal nostro dispositivo anche senza l'interposizione della paraffina. L'effetto di questi sciami sulla differenza $P-G$ dovuta a soli 2 g/cm^2 di H è trascurabile, perchè la frequenza degli urti simultanei di ordine n nell'idrogeno è proporzionale a: $(1 - \exp[-2/27])^n \sim (0,07)^n$, e quindi è trascurabile. Il valore dell'effetto barometrico ($\sim 21\%$) per gli sciami selezionati dal dispositivo qui usato mostra chiaramente che la maggioranza degli sciami è generata da protoni primari nelle vicinanze dell'apparecchio ⁽³⁾. Le misure anteriori dell'effetto barometrico e dell'effetto di altezza di JÁNYOSSY e di TINLOT e nostre ⁽¹⁾ non sono in contrasto coi risultati attuali, perchè queste selezionavano SP di minor energia, prodotti da nucleoni secondari e primari. Particolare menzione merita l'ipotesi che i due nucleoni energici provenienti dall'urto del nucleone incidente col protone dell'idrogeno possano produrre due «burst» nel piombo capaci di provocare una coincidenza sestupla. Tale eventualità può essere scartata in base alle seguenti considerazioni: una serie di misure eseguite con spessore di schermo di piombo inferiore di 10 cm a quello indicato nella fig. 1, ha dato frequenze coincidenti entro i limiti degli errori ($\pm 4\%$) con quelle riportate per le coincidenze quadruple, quintuple e sestuple. Ciò dimostra che la maggioranza delle particelle prodotte nella paraffina e nella grafite ha un cammino di assorbimento assai superiore ai 160 g/cm^2 , ossia queste non possono essere dei nucleoni. Ove infatti queste particelle fossero dei nucleoni energici, che hanno un cammino di assorbimento di 160 g/cm^2 ⁽⁵⁾, l'interposizione di 100 cm di piombo avrebbe variato la frequenza delle coincidenze dei vari ordini in modo assai sensibile.

La discussione di altri casi di urti multipli nella paraffina o di incidenze multiple può essere fatta in modo analogo e dimostra che l'evento dominante deve essere attribuito ad un singolo urto di un nucleone di elevata energia col protone dell'idrogeno. Con ciò si pensa che i risultati riportati costituiscono una prova della produzione multipla.

Il confronto della frequenza di sciami prodotti nei 2 g/cm^2 di idrogeno con quelli generati nei 12 g/cm^2 della grafite mostra che le sezioni d'urto corrispondenti variano colla legge $A^{2/3}$ per le coincidenze quadruple. Anche per le quintuple e le sestuple la sezione d'urto per l'idrogeno risulta dell'ordine della sezione geometrica.

Nel corso delle esperienze sono state registrate anche coincidenze (tra i due dispositivi della fig. 1) dell'ordine 10 e 12 provocate da SP che coprono un'area di almeno 5 m^2 . (Frequenza media ~ 4 eventi per giorno). Il rapporto

⁽⁵⁾ R. R. BROWN: *Bulletin Amer. Phys. Soc.*, **26**, 25 (1951); W. D. WALKER, S. P. WALKER e K. GREISEN: *Phys. Rev.*, **80**, 546 (1950).

f_{12}/f_{10} è risultato dell'ordine di 0,45, corrispondente ad una densità di circa 50 particelle penetranti per m^2 .

Vogliamo ricordare con gratitudine la collaborazione di molti dei fisici di Roma e di Torino che in un modo o nell'altro ci hanno aiutato nella esecuzione delle misure, e vogliamo anche segnalare in particolare il contributo del dott. G. GENTILE e del sig. G. GHIGO.

SUMMARY

Experiments concerning the multiple production of mesons in high energy nucleon collisions were made during the year 1951 at the laboratory of « Testa Grigia » (altitude 3500 m). The experimental arrangement is indicated in the figs. 1 and 2. Fourfold, fivefold, and sixfold coincidences were registered simultaneously in two identical arrangements with paraffine on one of the apparatuses and graphite on the other, or without these materials. The graphite layer (85,3 kg) had a thickness of 12 g/cm² whereas the paraffine layer contained 12 g/cm² of C + 2 g/cm² of Hydrogen. The coincidence set had a resolving time of 0,9 μ s for all orders of coincidences. The influence of the barometric pressure on the frequency of penetrating showers (PS) was carefully studied and a barometer effect of $(21 \pm 3)\%$ per cm of Hg found for the kind of PS selected by the above arrangement. The results are indicated in the tables I II and III. From the comparison of the frequencies without materials: $(f_6/f_5) = 0,5 \pm 0,05$ and the frequencies: $((f_6)_P - (f_6)_G)/((f_5)_P - (f_5)_G) = 0,8 \pm 0,3$ it follows that the average multiplicity of the observed PS is: $\bar{n} \gtrsim 10$ (per 0,4 m²) (also for those created in the nucleon-proton collision). A discussion of various possible cases of simultaneous arrival of two or more nucleons on the producing layers and of a double collision in the paraffine layer (a first collision with a proton and a second collision with a carbon nucleus) shows that all these cases cannot contribute more than few percent to the observed effect. One concludes that the observed excess of production of PS in paraffin compared with graphite must be interpreted as an evidence of multiple production of mesons in the collision of incident nucleons with the protons in Hydrogen. PS incident on an area of ~ 5 m² and containing more than 200 mesons are observed.

On The Raman Spectra of p-diphenylbenzene in various Solutions.

S. K. MUKERJI and BANARSI LAL

Department of Physics, Agra College - Agra (India)

(ricevuto il 18 Marzo 1952)

Summary. — The Raman Spectra of p-diphenylbenzene have been investigated in solutions of carbon bisulphide, chloroform, carbon tetrachloride, ethyl alcohol, ether and acetone respectively. The Raman frequencies obtained in the various solutions of the substance are compared with one another and with those obtained in the solid and molten states. It has been observed that some Raman lines are not present in all the solutions and that some have undergone changes of intensity in the various solutions. The results obtained in the various solutions have been compared and the changes of frequencies have been discussed.

Introduction.

The Raman Spectra of p-diphenylbenzene were obtained for the first time in the solid and molten states by S. K. MUKERJI and L. SINGH, in order to obtain a clue as to the structure of this compound (1946). The only other previous work done on this substance is by L. W. PICKETT (1933) ⁽¹⁾ who, by the method of Trial and Error and Fourier's Analysis has come to the conclusion that the molecule of p-diphenylbenzene conforms to a plane structure. This view was also corroborated by the work of MUKERJI and L. SINGH (vide *Nature* (1939)) ⁽²⁾. In the present investigation we have further investigated the substance in various solutions and have compared the Raman Spectra obtained in these solutions with those already obtained in the solid and molten states.

⁽¹⁾ L. W. PICKETT: *Proc. Roy. Soc., A*, **142**, 333 (1933).

⁽²⁾ S. K. MUKERJI and L. SINGH: *Nature*, **144**, 382 (1939).

TABLE I. — Frequencies of *p*-diethylbenzene in different solutions and in the molten and solid states.

Solid state MUKERJI & L. SINGH	Molten state Authors	CS ₂ solution	CHCl ₃ solution	CCl ₄ solution	C ₂ H ₅ OH solution	Ether solution	Acetone solution
42(5)	—	—	—	—	—	—	—
85(5)	95(2)	—	—	95(2)	—	95(4)	—
—	407(2)	400(3)	405(3)	406(3)	—	—	397(2)
598($\frac{1}{2}$)	613(6)	598(3)	612(2)	—	—	—	—
773(5)	772(2)	762(2)	759(3) v. bd	—	—	—	—
811(4)	837($1\frac{1}{2}$)	—	—	—	—	—	—
981(4)	—	—	990(3)	—	—	—	—
1008(4)	1001(4)	1003(2)	1006(3)	999(4)	—	—	993(3)
1039(1)	1029(1)	—	1031(2)	—	1044(4)	—	—
1148(0)	—	—	—	—	—	—	—
1219(6)	1200(4)	1197(4)	1200(4) v. bd	1196(5)	—	—	—
1274(10)	1275(8)	1284(5)	1280(10)	1276(8)	1274(4)	1271(1)	1278(8)
1372(0)	—	—	—	—	—	—	—
—	1494(2)	1493(2)	1495(3)	1486(2)	—	—	—
1500(2)	—	—	—	—	—	—	—
1549(3)	—	—	—	—	—	—	—
1592(10)	—	—	1595(9)	—	—	—	—
1605(10)	1600(10)	1612(10)	1610(10)	1603(10)	1602(4)	1622(1)	1606(10) bd
1673(0)	—	—	—	—	—	—	—
1760(1)	—	1764(2)	—	1765(1)	1772(4)	—	—
—	—	1884(1)	1880(2)	1902(1)	—	1891(1)	1781(2)
2029(3)	—	2032(1)	2024(2)	2020(2)	2028(5)	—	1875(2)
2095(3)	—	—	—	—	—	—	2026(4)
2140($\frac{1}{2}$)	—	—	—	—	—	—	—
2205($\frac{1}{2}$)	—	—	—	—	—	—	—
2824(0)	—	2225(1)	2228(2)	2228(3)	2228(6)	—	2219(4)
—	—	—	2825(2)	2817(1)	2823(4)	—	2821(2)
—	—	—	2905(2)	—	—	—	—
3041(3)	3043(2)	3044(1)	3045(3)	3043(3)	3049(10)	3045(2)	3049(3)

bd means broad and diffuses v. bd means very broad and diffused.

It has been observed that many of the Raman lines undergo marked changes in frequency as well as intensity as the substance passes from the solid and molten states to various solutions. The results are discussed below.

Experimental.

p-diphenylbenzene, obtained from the Research Laboratory of Eastman Kodak Co., was further purified by repeated crystallization. The solvents were purified by slow distillation over an electric heater and the middle portion of the distillate was used for dissolving the crystals.

In some cases very little of the substance was soluble. So, in order to keep an appreciable amount in solution, the solutions had to be kept warm by surrounding the Raman tube with an electric heater.

A concentrated solution of sodium nitrite was used to cut down the shorter wave lengths of the mercury arc and excitation was thus effected only by λ 4358 of mercury.

Ilford Selochrome plates were used for taking the photographs and exposures of the order of 40 hours were given. The spectrograms were taken with a Fuess Glass Spectrograph having a dispersion of about 21 A.U. per mm, in the neighbourhood of λ 4358 A.U.

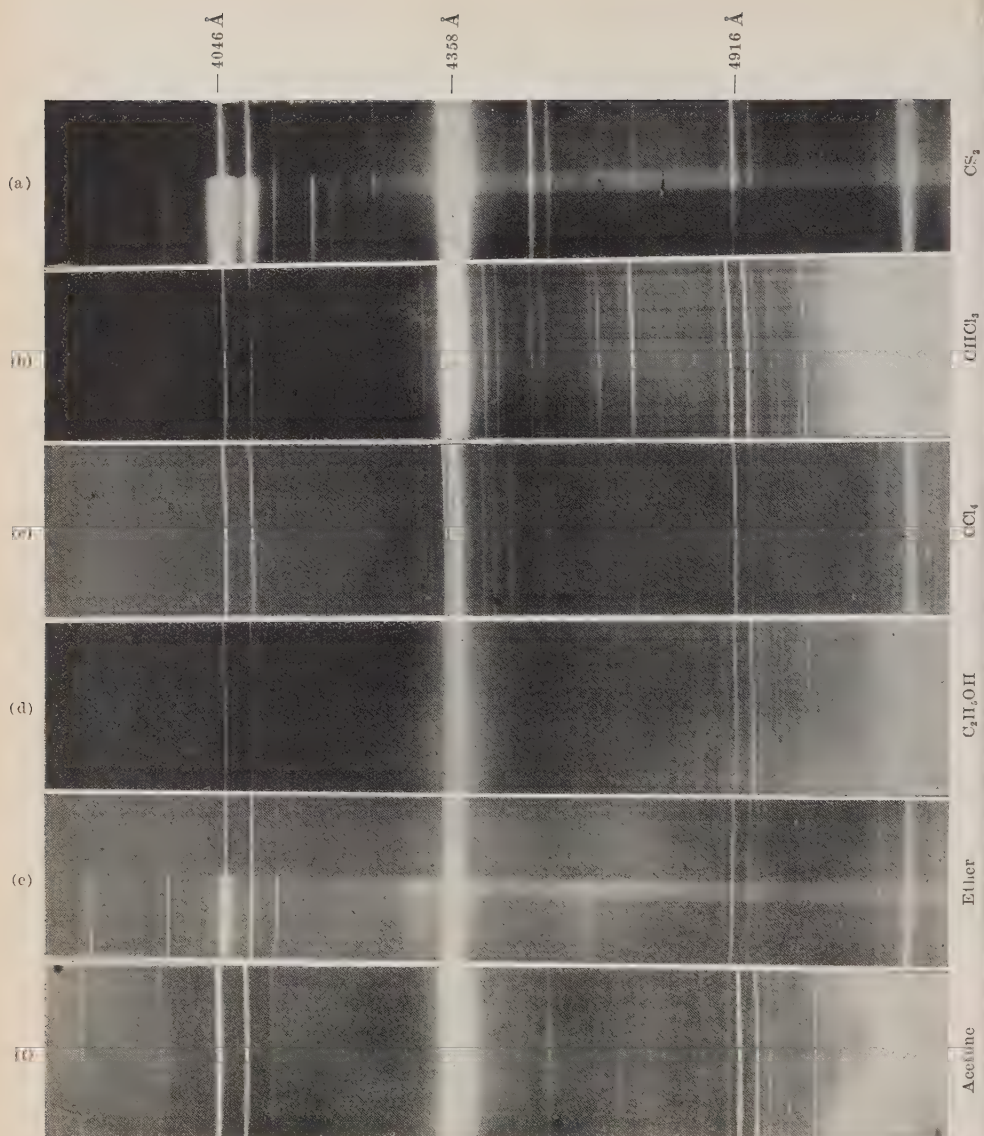
Measurements were made with an accurate Zeiss Ikon Comparator reading up to the third decimal place of a millimeter and the frequencies were calculated in the usual manner.

Observations and discussions.

(a) *Spectrum in CS₂ Solution.* — In this case two spectra were taken, one above the other by using a Hartmann diaphragm and complementary filter. The upper spectrum was taken with a filter of concentrated NaNO₂ solution, and the lower spectrum with a filter of iodine in carbon tetrachloride solution. By using these two filters we have been able to distinguish between the anti-Stokes' lines due to λ 4358 and the Stokes' lines due to λ 4046.

p-diphenylbenzene has yielded thirteen lines in CS₂ solution, and it has been observed that the wing of λ 4358 and all the Raman lines of CS₂ are much more intense in the spectrum of the solution of this substance than the same lines observed with CS₂ only.

The intense lines of p-diphenylbenzene in the molten state are at 1600(10), 1275(8), 1200(4), 1001(4) and 613 cm⁻¹ respectively. In CS₂ solution the first three lines appeared at 1612(10), 1284(5) and 1197(4) cm⁻¹ respectively.



Raman Spectra of p-diphenylbenzene in:

- (a) Carbon bisulphide solution
- (b) Chloroform solution
- (c) Carbon tetrachloride solution
- (d) Ethyl-alcohol solution
- (e) Ether solution
- (f) Acetone solution.

vely and the fourth line has not appeared at all. The low frequency at 95 cm^{-1} appears in the molten state but not in CS_2 solution.

(b) *Spectrum in CHCl_3 solution.* — In this spectrum the Raman lines of chloroform at $3019(2)$, $1218(2)$, $762(2)$, $672(1)$, $364(8)$ and $261(10)\text{ cm}^{-1}$ have been observed along with those of p-diphenylbenzene as given in the table. The wing of $\lambda\ 4358$ is not so broad in this case as in CS_2 solution.

The lines observed at 1200 cm^{-1} and 759 cm^{-1} are specially broad and diffused, their width being equal to about 6 A.U. The explanation appears to be that the strong line of p-diphenylbenzene appearing at 1219 cm^{-1} in the solid state and at 1200 cm^{-1} in the molten state, has combined with the line of CHCl_3 appearing at 1219 cm^{-1} producing a diffused band. Similarly the line at 772 cm^{-1} of p-diphenylbenzene has combined with the line at 762 cm^{-1} of chloroform to produce the second broad band.

The important diphenyl doublet observed in the solid p-diphenylbenzene at $1605(10)\text{ cm}^{-1}$ and $1592(10)\text{ cm}^{-1}$ respectively coalesces into a single line at 1600 cm^{-1} in the molten state and at 1612 cm^{-1} in CS_2 solution, but in CHCl_3 solution, it again splits up into two lines at 1610 cm^{-1} and 1595 cm^{-1} respectively.

The line observed at $613(6)\text{ cm}^{-1}$ in the molten state appears at 612 cm^{-1} only in CHCl_3 solution.

A fairly strong doublet appearing at $981(4)$ and $1008(4)\text{ cm}^{-1}$ in the solid state has been observed at $990(3)$ and $1006(3)\text{ cm}^{-1}$ respectively. In other solutions the doublet coalesces into a single line.

(c) *Spectrum in CCl_4 solution.* — In this spectrum thirteen Raman lines of p-diphenylbenzene have been observed. The spectrum is free from fluorescence and the wing of $\lambda\ 4358$ is small. The low frequency line appearing at 95 cm^{-1} in the molten state has appeared in this solution.

The intense doublets observed at $1592(10)$ and $1605(10)\text{ cm}^{-1}$ and at $1008(4)$ and $981(4)\text{ cm}^{-1}$ in the solid state appear as single lines at 1603 cm^{-1} and 999 cm^{-1} respectively.

(d) *Spectrum in $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ Solution.* — In this spectrum the frequencies of p-diphenylbenzene below $1044(4)\text{ cm}^{-1}$ have not been observed, though there are present two lines of ethyl alcohol at 883 and 424 cm^{-1} respectively. The p-diphenylbenzene doublet appearing at $981(4)$ and $1008(4)\text{ cm}^{-1}$ in the solid state disappears completely in alcohol solution. The intense line of p-diphenylbenzene appearing at 1200 cm^{-1} in the molten state, has not been observed in alcohol solution.

There is an intense line at $1275(8)\text{ cm}^{-1}$ in p-diphenylbenzene, and also a line at $1274(2)\text{ cm}^{-1}$ in ethyl-alcohol. These lines, therefore, superpose on one another, but their combination does not produce any broadening of the

line as has been observed in CHCl_3 solution in the case of lines at 1200 and 759 cm^{-1} respectively. This fact clearly shows that molecular associations in the two solutions are of different nature.

The strong doublet of p-diphenylbenzene appearing at $1605(10)$ and $1592(10)\text{ cm}^{-1}$ in the solid state coalesces into a single weak line at $1602(4)\text{ cm}^{-1}$ in the solution. In all other solutions this line is fairly strong. This frequency has been attributed to the $\text{C}=\text{C}$ aromatic linking of the benzene ring. Therefore, the natural conclusion is that $\text{C}=\text{C}$ vibration of the benzene ring is in some way influenced by the presence of $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ molecules.

In general, the lines at 3049 , 2823 , 1772 and 1044 cm^{-1} respectively, have appeared as strong lines in $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, though they are weak in other solutions. On the other hand, the lines at 1274 and 1602 cm^{-1} have appeared as weak lines in $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, though they are stronger in other solutions.

(e) *Spectrum in Ether Solution.* — This spectrum has been taken by using a Hartmann diaphragm, first with ether alone and then with a solution of p-diphenylbenzene in ether.

Only five Raman lines due to p-diphenylbenzene have been observed. The important p-diphenylbenzene doublet at 1605 and 1592 cm^{-1} coalesces into a single line at $1622(1)\text{ cm}^{-1}$.

A strong line is observed in molten p-diphenylbenzene at $1275(8)\text{ cm}^{-1}$, and a line at $1270(1)\text{ cm}^{-1}$ is also present in ether. But in solution a line appears at $1271(1)\text{ cm}^{-1}$ with a very low intensity. The two lines do not produce broadening as observed in CHCl_3 solution.

Two lines are reported in solid p-diphenylbenzene at 2029 cm^{-1} and 1760 cm^{-1} by MUKERJI and L. SINGH.⁽²⁾ In ether solution these two lines appear to have combined into a single line at 1891 cm^{-1} , falling midway between them.

The frequencies of p-diphenylbenzene which are lower than 1271 do not appear in ether solution except the very low frequency at 95 cm^{-1} which also appears in CCl_4 solution.

(f) *Spectrum in Acetone Solution.* — In this spectrum the wing of $\lambda\ 4358$ is sufficiently broad. A fairly strong doublet appearing at $981(4)$ and $1008(4)\text{ cm}^{-1}$ in solid p-diphenylbenzene has appeared only as a single line at 993 cm^{-1} in acetone. The second strong doublet of p-diphenylbenzene at $1592(10)$ and $1605(10)\text{ cm}^{-1}$ has coalesced into a broad line at $1606(10)\text{ cm}^{-1}$. The intense line of p-diphenylbenzene at $1274(10)\text{ cm}^{-1}$ appears in the solution without any appreciable change.

The intensity of the various Raman lines in acetone is different from the

(2) S. K. MUKERJI and L. SINGH: *Phil. Mag.*, **37**, 874 (1946).

intensity of the lines in ethyl alcohol. In acetone, the lines at 1278(8) and 1606(10) cm^{-1} are strong, while in alcohol they are weak. On the other hand the lines from 1781 cm^{-1} to 3049 cm^{-1} are weak in acetone, but strong in alcohol.

General Discussion.

By comparing the frequencies in different solutions we find that certain frequencies are present in one solution but not in the others. There are also remarkable changes of intensity in the different solutions.

The important doublet of p-diphenylbenzene occurring at 1605(10) and 1592(10) cm^{-1} in the solid state coalesces into a single line in the molten state and also in all the solutions except chloroform in which the two lines appear as such. In chloroform solution a second doublet appears at 1006(3) and 990(3) cm^{-1} , while in all other solutions it coalesces into a single line. The broadening of the lines at 1200 cm^{-1} and 759 cm^{-1} in chloroform is worth noticing. This broadening of the lines appears to be due to the fact that p-diphenylbenzene frequencies at 773 cm^{-1} and 1219 cm^{-1} fall very near to the chloroform frequencies at 766 cm^{-1} and 1219 cm^{-1} respectively. So these lines combine to form two broad and diffused lines.

p-diphenylbenzene has shown two very low frequency lines at 85 and 42 cm^{-1} respectively, in the solid state. In the molten state and in all other solutions, the line at 42 cm^{-1} has not been observed, but the line at 85 cm^{-1} appears at a slightly higher frequency i.e. at 95 cm^{-1} in the molten state and in some solutions. Usually lines of such low frequency observed in solids are considered as lattice lines. But as the line at 95 cm^{-1} is observed in the molten state as well as in solutions, it might be argued (GUPTA, 1936-1938) ^(4,5) that this low frequency line is due to intermolecular oscillations of the polymerised groups and not due to lattice vibrations of the crystal. The line at 42 cm^{-1} appears only in the solid state and not in the molten state or solutions. This may, therefore, be termed as the lattice line. BHAGAVANTAM ⁽⁶⁾ has theoretically shown that low frequency oscillations of this type should be either translational or rotational or the combination of both. When the temperature rises, the amplitude of motion increases, so that when ultimately the crystal melts these hindered rotations are transformed into free rotations and the corresponding frequency, therefore, does not appear in the molten state. It follows, as a natural consequence, that if a liquid possesses pseudocrystalline structure, these vibrations will tend to persist. Therefore the low frequency

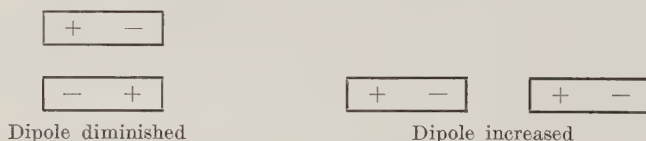
(4) J. GUPTA: *Ind. Journ. Phys.*, **10**, 117 (1936).

(5) J. GUPTA: *Ind. Journ. Phys.*, **12**, 355 (1938).

(6) S. BHAGAVANTAM: *Phys. Rev.*, **39**, 1020 (1932).

at 95 cm^{-1} may be due to the existence of pseudo-crystalline structures present in the molten state as well as in solution.

DEBYE (7) established in 1912 that molecular dipoles exist in a number of organic compounds, the value of the dipole moment μ varying from $3.4 \cdot 10^{-19}$ in methyl alcohol and acetone to $11.8 \cdot 10^{-19}$ in ether. In solutions associations are formed between the molecules of the solvent and the solute. Measurements of polarization in solutions containing high molecular concentrations of polar substances indicate that very large changes may be produced by association between dipoles. The effective polarization of the polar constituent may be either increased or decreased by increase in concentration. Thus in C_6H_6 the polarization of $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ is increased, while that of nitrobenzene is decreased by increase of concentration. This can be explained by supposing that the molecules agglomerate together in different ways, e.g.,



Association between dipoles is smaller in non-polar solvents than in polar solvents. Ions and polar molecules can associate together even in dilute solutions to form ion pairs or still more complex aggregates. A dissolved substance often associates with the solvent to form « solvates » which may differ widely in electronic constitution in different media.

It is for these and similar other reasons that the Raman frequencies of a substance in different solutions are different as observed in this investigation.

(7) P. DEBYE: *Phys. Zeits.*, **13**, 97 (1912).

RIASSUNTO (*)

Sono stati esaminati gli spettri Raman del p-difenilbenzene in soluzioni di solfuro di carbonio, cloroformio, tetracloruro di carbonio, alcool etilico, etere e acetone. Le frequenze Raman ottenute sono state confrontate fra di loro e con quelle ottenute con la sostanza pura allo stato solido e fuso. Si è osservato che alcune linee Raman non sono presenti in tutte le soluzioni e che alcune di esse subiscono variazioni d'intensità nelle varie soluzioni. I risultati ottenuti con le varie soluzioni sono stati confrontati e si sono discusse le variazioni di frequenza.

(*) Traduzione a cura della Redazione.

Misura dell'eccesso positivo a bassa energia mediante sandwich di lastre nucleari in campo magnetico.

M. MERLIN e B. VITALE

Istituto di Fisica dell'Università, Centro di studio degli Ioni veloci del C.N.R. - Padova

Y. GOLDSCHMIDT-CLERMONT

Centre de Physique Nucléaire de l'Université Libre - Bruxelles

(ricevuto il 28 Marzo 1952)

Riassunto. — Lastre Ilford G5 di 400 micron di spessore sono state esposte in sandwich con un'intercapedine d'aria di 3,2 mm in un campo magnetico di 30 000 oersted al livello del mare. Se ne ricava un valore per l'eccesso positivo dei mesoni μ a fine range: $\eta = 0 \pm 0,27$. Viene discussa la sensibilità del metodo sia per la determinazione della massa che per quella del segno della carica in relazione colle condizioni geometriche e con eventuali distorsioni nelle emulsioni.

Introduzione.

In una precedente nota, in seguito citata come N.I, GOLDSCHMIDT e MERLIN ⁽¹⁾ hanno descritto alcune misure di masse di particelle ionizzanti con lastre nucleari poste in sandwich in un campo magnetico. Queste misure, come le precedenti di altri autori ⁽²⁾ ⁽³⁾, erano essenzialmente basate sulla determinazione della quantità di moto dalla curvatura della traiettoria nell'intercapedine fra le lastre, combinata con la determinazione del range o dell'angolo medio di scattering nell'emulsione.

Il metodo del sandwich in campo magnetico può essere usato con vantaggio

⁽¹⁾ Y. GOLDSCHMIDT-CLERMONT e M. MERLIN: *Nuovo Cimento*, **7**, 220 (1950).

⁽²⁾ I. BARBOUR: *Phys. Rev.*, **76**, 320 (1949).

⁽³⁾ C. FRANZINETTI: *Phil. Mag.*, **41**, 86 (1950).

per la determinazione del segno della carica di una particella di bassa energia, quando sia noto il verso del moto. Le esigenze nei riguardi della precisione delle misure e dell'assenza di distorsioni dell'emulsione in particolare sono notevolmente minori che per la determinazione delle masse. Questo punto è discusso in appendice.

Il metodo costituisce così un'integrazione naturale del metodo di deflessione magnetica nell'emulsione usato da C. C. DILWORTH e coll. ⁽¹⁾ per la determinazione del segno di particelle di energia relativamente elevata. Infatti, dato che il rapporto tra deflessione magnetica e angolo medio di scattering aumenta col crescere della velocità della particella, solo a velocità elevate lo scattering è sufficientemente basso da non mascherare la deflessione magnetica. A velocità basse invece bisogna ricorrere al sandwich, onde studiare la deflessione nell'aria o nel vuoto, dove lo scattering è praticamente nullo. Si vede inoltre, dai diagrammi riportati in appendice, che per una sicura determinazione del segno è possibile servirsi anche di tracce con angoli di dip abbastanza notevoli e quindi di emulsioni spesse.

Ci siamo quindi proposti di applicare questo metodo alla determinazione dell'eccesso positivo dei mesoni μ a fine range, data la difficoltà che tale determinazione incontra con altre tecniche. La misura è stata attualmente eseguita al livello del mare e si basa, per tale ragione, su di un numero relativamente esiguo di particelle. Essa potrà in seguito venire integrata da una determinazione più estesa da effettuare a quota più alta.

Descrizione delle esperienze.

Con un dispositivo del tutto analogo a quello descritto in N.I, abbiamo esposto un sandwich di lastre Ilford G5 circolari di 14 cm di diametro e 400 μ di spessore nel campo magnetico di 30 000 oersted dell'elettromagnete dell'Istituto di Padova, situato sotto un solaio di cemento armato spesso 18 cm posto 10 metri al disopra del magnete. Fra le due lastre affacciate vi era un'intercapedine di 3,2 mm d'aria, mantenuta alla pressione di 15 torr, al fine di rendere trascurabile lo scattering delle particelle nel loro volo tra le lastre. La temperatura fu tenuta a ~ 4 °C e l'umidità relativa a 0,3 per la durata dell'esposizione di 40 giorni. Allo scopo di fissare la posizione relativa delle lastre, il sandwich fu contrassegnato per mezzo dei raggi X con sottili crocette a intervalli di 2 cm. Il processo di sviluppo, fissaggio e asciugamento ⁽²⁾ fu eseguito presso

⁽¹⁾ C. C. DILWORTH, S. J. GOLDSACK, Y. GOLDSCHMIDT-CLERMONT e F. LEVY: *Phil. Mag.*, **41**, 1032 (1950).

⁽²⁾ C. C. DILWORTH, G. P. S. OCCHIALINI e L. VERMAESEN: *Bulletin du Centre de Phys. Nucl. Bruxelles*, No. 13 a (1950); A. BONETTI, C. C. DILWORTH e G. P. S. OCCHIALINI: *Bulletin du Centre de Phys. Nucl. Bruxelles*, No. 13 b (1951).

il Centre de Physique Nucléaire di Bruxelles. Particolare cura è stata posta nell'asciugamento delle lastre per irradiazione con raggi infrarossi, con opportuni anelli di guardia. L'esplorazione delle lastre e la ricerca dei corrispondenti, iniziata a Bruxelles (*), è stata continuata ed ultimata presso l'Istituto di Fisica di Padova; complessivamente sono stati esplorati $5,5 \text{ cm}^3$ di emulsione.

Dato lo scopo della nostra ricerca abbiamo considerate soltanto le tracce di mesoni terminanti in emulsione e provenienti dall'aria, escludendo le tracce di lunghezza inferiore ai 100μ (anche quelle che danno un elettrone visibile), in quanto difficili da identificare. Nei rimanenti casi di dubbia identificazione ci siamo basati sul conteggio dei buchi e su un apprezzamento dello scattering medio per distinguere tra mesoni e protoni. La distinzione fra mesoni π e μ sarebbe invece più difficile; ma un calcolo basato sui dati di CAMERINI e coll. (6) per le intensità delle componenti π e μ a 3500 m , porta a ritenere che i mesoni π nelle nostre lastre non superino il 5% dei μ , e che implicino perciò una correzione trascurabile. L'assenza di mesoni π generati localmente è confermata del resto dalla mancanza di stelle di σ nelle lastre e dalla rarità degli eventi $\pi-\mu$ (uno solo osservato).

Per quanto riguarda la ricerca del corrispondente, essa risulta semplificata rispetto all'esperienza di N.I., in quanto si assume nota a priori la massa della particella: si determinano allora le due zone da esplorare sull'altra lastra (corrispondenti ai due segni) in base alla posizione, all'angolo di entrata, all'angolo di dip ed al valore dell'energia corrispondente al range del mesone che muore. A tale fine ci si vale di 2 piante, ingrandite nel rapporto 10, reciprocamente collegate dai segni dei raggi X.

Vengono considerate corrispondenti quelle tracce che, oltre a trovarsi in una delle zone suddette, soddisfano ai seguenti requisiti:

a) uguaglianza dei segmenti BC , CD (fig. 1) entro il 10%;

b) uguaglianza dei 2 angoli di dip pure entro il 10%;

c) continuità fisica dei due tronconi (nei riguardi dell'angolo medio di scattering e della ionizzazione).

Data la scarsa densità delle tracce, praticamente non vi è stato in nessun caso dubbio di scelta tra più possibili corrispondenti.

(*) Una borsa di studio di scambio fra i Ministeri della Pubblica Istruzione belga ed italiano ha dato la possibilità a M. MERLIN di trascorrere qualche mese presso il Centre de Physique Nucléaire de l'Université Libre de Bruxelles.

(6) U. CAMERINI, H. MUIRHEAD, C. F. POWELL e D. M. RITSON: *Nature*, **162**, 433 (1948).

Risultati.

Coi criteri indicati sono state esaminate 99 tracce di mesoni provenienti dall'aria e terminanti in emulsione; per 54 di queste si è trovata sull'altra lastra la corrispondente che soddisfa ai requisiti voluti. Questi 54 eventi sono classificati nella tabella I.

TABELLA I.

	Con elettrone	Senza elettrone	Totale
Mesoni positivi	22	5	27
Mesoni negativi	12	15	27
	34	20	54

Il rapporto dei numeri di mesoni dei due segni e l'« eccesso positivo » risultano rispettivamente:

$$\frac{N^+}{N^-} = 1 \pm 0,38, \quad \eta = 2 \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = 0 \pm 0,27.$$

Il numero di mesoni positivi senza elettrone di disintegrazione dà l'ordine di grandezza della percentuale di elettroni che non si osservano per varie ragioni; tale percentuale risulta accettabile, in accordo con quelle riscontrate in altri lavori ⁽⁷⁾, ⁽⁸⁾, ⁽⁹⁾.

Correggendo in base a questa percentuale i valori ottenuti per i mesoni negativi, con e senza elettrone, il rapporto R dei primi ai secondi risulta, benchè entro gli errori statistici, superiore alle percentuali date da altri autori ⁽⁷⁾. Riteniamo ciò come un'ulteriore conferma dell'assenza di mesoni π nelle nostre lastre. Se supponiamo infatti che fra i mesoni μ negativi senza elettrone siano compresi alcuni π (negativi e senza stella) una correzione che tenga conto di tale fatto farebbe ulteriormente crescere il rapporto R .

⁽⁷⁾ M. G. E. COSYNS, C. C. DILWORTH, G. P. S. OCCHIALINI, M. SCHÖNBERG e N. PAGE: *Proc. of Phys. Soc.*, **62**, 801 (1949).

⁽⁸⁾ A. BONETTI e G. TOMASINI: *Nuovo Cimento*, **8**, 693 (1951).

⁽⁹⁾ R. H. BROWN, U. CAMERINI, P. H. FOWLER, H. HEITLER, D. T. KING e C. F. POWELL: *Phil. Mag.*, **40**, 862 (1949).

I nostri risultati concordano con quelli che si possono calcolare dai dati di FRANZINETTI ⁽³⁾. Questo accordo, insieme colle ragioni teoriche ⁽¹⁰⁾ che fanno prevedere uno stesso valore dell'eccesso per basse energie a qualunque quota, autorizzano a sommare le due statistiche; si trova in tal modo:

$$\frac{N^+}{N^-} = 1,04 \pm 0,27 ; \quad \eta = 0,04 \pm 0,19 .$$

Discussione e conclusione.

È interessante confrontare questo risultato coi pochi dati finora esistenti sull'eccesso positivo di bassa energia, ottenuti con altre tecniche.

Il dato più direttamente confrontabile col nostro, ottenuto con camera di Wilson, è quello di CORRELL ⁽¹¹⁾ che fornisce anch'esso un rapporto $N^+/N^- = 0,98 \pm 0,16$, vale a dire un eccesso η nullo. La banda energetica alla quale questo risultato si riferisce è compresa tra i 60 e i 170 MeV.

L'altro metodo usato per determinare l'eccesso delle particelle in fine range è quello di CONVERSI ⁽¹²⁾, che consiste nel confrontare il numero di elettroni di disintegrazione, rivelati con coincidenze ritardate, prodotti da mesoni che si disintegrano in carbonio e rispettivamente in zolfo. Un'esperienza di questo tipo è attualmente in corso in questo Istituto; attraverso l'elaborazione dei dati di questa si è potuto stabilire che il metodo è affetto da fattori secondari di perturbazione, una inesatta valutazione dei quali può condurre a variazioni anche notevoli nelle conclusioni ⁽¹³⁾.

Sembra quindi che i metodi diretti, camera di Wilson e sandwich di lastre in campo magnetico, siano attualmente da considerarsi preferibili per la misura dell'eccesso positivo a basse energie. Tenendo conto di ciò, saremmo portati alla conclusione che, nei limiti degli errori non trascurabili dai quali sono affette, le misure più attendibili indicano un valore dell'eccesso praticamente nullo sulle basse energie, come del resto la teoria ⁽¹⁰⁾ fa prevedere.

Si ringraziano: i proff. M. COSYNS e A. ROSTAGNI, Direttori dei due Istituti, per averci data la possibilità di realizzare la collaborazione; i proff. N. DALLAPORTA e G. OCCHIALINI per le utili discussioni nell'impostazione e condotta dell'esperienza; gli osservatori F. PROCOPIO e G. TOSI per l'intelligente impegno nel loro lavoro; l'Azienda Elettrica del Veneto Centrale per le facilitazioni nella fornitura della corrente.

⁽¹⁰⁾ P. BASSI, E. CLEMENTEL, I. FILOSOFO e G. PUPPI: *Nuovo Cimento*, **6**, 484 (1949).

⁽¹¹⁾ M. CORRELL: *Phys. Rev.*, **72**, 1054 (1947).

⁽¹²⁾ M. CONVERSI: *Phys. Rev.*, **79**, 749 (1950).

⁽¹³⁾ P. BASSI: comunicazione privata.

APPENDICE

Da esperienze anteriori ⁽¹⁾ ⁽²⁾ ⁽³⁾ risulta chiaro che un'esatta determinazione del raggio di curvatura e quindi della massa, richiede assenza di distorsione, distorsione che può essere causata da scorrimenti dell'emulsione sia omogenei sia non omogenei.

Gli scorrimenti non omogenei influiscono sulle misure dell'angolo medio di scattering e di deflessione magnetica in una singola emulsione; in quanto però alterano la forma originaria delle tracce se ne può tener conto con opportune correzioni ⁽¹⁴⁾.

Nel nostro caso sono causa di errore anche gli scorrimenti omogenei, che modificano posizione ed angolo di uscita o di entrata delle tracce, senza possibilità di correzione, in quanto non alterano la forma originaria delle tracce.

Gli inconvenienti dello scorrimento erano stati ridotti al minimo nell'esperienza N.I, facendo uso di emulsioni assai sottili (circa 35 μ); con ciò ovviamente si era rinunciato ad una statistica abbondante di eventi.

Volendo farci un'idea degli errori nella determinazione delle masse, che possono derivare dagli scorrimenti in

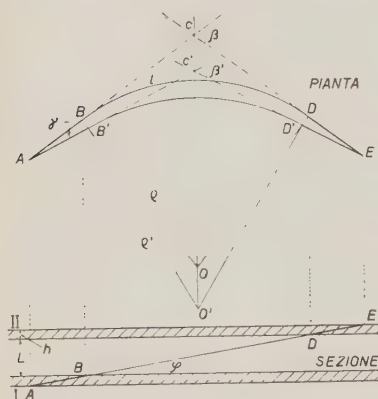


Fig. 1.

relazione coi parametri della traccia e colla geometria del dispositivo, consideriamo due tracce corrispondenti AB e DE nelle emulsioni I e II, rappresentate in pianta ed in sezione nella fig. 1.

È facile persuadersi che il caso più sfavorevole si presenta quando gli scorrimenti omogenei nelle regioni interessate delle due emulsioni hanno componenti BB' e DD' normali alle tracce press'a poco eguali e di senso concorde rispetto al centro di curvatura della traiettoria nell'aria. Il quadrilatero $B'C'D'O'$ risulta allora simmetrico rispetto ad $O'C'$ e manca ogni indicazione della presenza della distorsione. Questa appare tanto più evidente quanto più ci si allontana dalla condizione supposta, i segmenti $B'C'$ e $C'D'$ diventano vieppiù disuguali e la coppia di tracce viene scartata. Limitandoci a considerare il caso più sfavorevole sopramenzionato, otteniamo per la variazione dell'angolo β :

$$\Delta\beta = 2\gamma = 2 \arcsen (F \cdot \operatorname{tg} \varphi) \cong 2 \cdot F \cdot \operatorname{tg} \varphi,$$

⁽¹⁴⁾ M. COSYNS e G. VANDERHAEGE: *Bulletin du Centre de Phys. Nucl. Bruxelles*, No. 15.

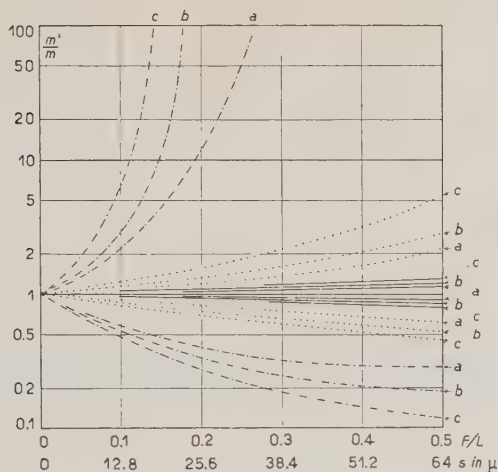


Diagramma 2:

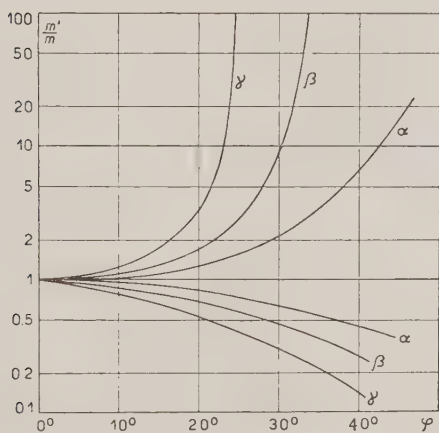
 $H = 30\,000$ oersted— $\varphi = 10^\circ$ $\varphi = 20^\circ$ - · - · $\varphi = 40^\circ$ a) $R = 400 \mu$ b) $R = 1\,000 \mu$ c) $R = 3\,000 \mu$ m massa del mesone μ di range R ed angolo di dip φ . m' massa apparente. $F = s/h$ = tangente dell'angolo di scorrimento dell'emulsione. L distanza fra le emulsioni.I valori dello scorrimento s in ascissa si riferiscono alla presente esperienza.Le curve con $m'/m > 1$ si riferiscono a scorrimenti verso il centro di curvatura della traiettoria nell'aria e per $m'/m < 1$ per scorrimenti che se ne allontanano.

Diagramma 3:

 $H = 30\,000$ oersted $R = 3\,000 \mu$ α) $F/L = 0,1$ β) $F/L = 0,2$ γ) $F/L = 0,4$

ove $F = s/h$ è la tangente dell'angolo di scorrimento ed $s = BB' = DD'$ è la freccia di scorrimento, da cui si ricava il valore apparente del raggio di curvatura:

$$\varrho' = \frac{l}{\beta \pm \Delta\beta}.$$

Il rapporto delle masse m'/m risulta quindi (formola (2) in N.I):

$$\frac{m'}{m} = \left(\frac{\varrho'}{\varrho} \right)^{1,4} = \left(\frac{1}{1/\varrho \pm 2 \frac{F}{L} \operatorname{tg}^2 \varphi} \right)^{1,4}.$$

Abbiamo riportato nei diagrammi 2 e 3 i valori di m'/m in dipendenza di F/L per diversi valori dell'angolo φ e dell'energia del mesone. Si è assunto $H = 30\,000$ oersted, $L = 3,2$ mm. Dagli spostamenti massimi in profondità dei segni dei raggi X abbiamo potuto desumere che nella nostra esperienza i valori di F non superano 0,05.

Le curve mostrano chiaramente che il metodo consente buone determinazioni di massa soltanto su tracce di piccola inclinazione ($\varphi \leq 10^\circ$). Per la semplice distinzione del segno della carica ci si può valere invece di tracce assai più inclinate, sino a $\varphi \leq 40^\circ$. Una verifica dell'attendibilità della determinazione discende dal calcolo della massa apparente m' , quando sia nota m : si può ritenere sicuro il segno sino a che risulta $m'/m \leq 3$.

SUMMARY

Ilford G5 nuclear plates 400 microns thick have been exposed in sandwich with a space of 3,2 mm of air between them in a magnetic field of 30000 oersted at sea level. The positive excess of μ mesons at the end of their range has been measured and the value $\eta = 0 \pm 0.27$ obtained for it. The sensitivity of the method for the determination of either the mass or the sign of the charge is discussed in relation with the geometrical conditions and possible distortions of the emulsions.

Sull'aberrazione negli spettrometri di massa a settore magnetico.

L. MUSUMECI

Accademia Navale - Livorno

(ricevuto il 12 Marzo 1952)

Riassunto. — I casi di focalizzazione piana del 1° e 2° ordine, in condizioni di massima dispersione delle immagini (setto di 90°), già considerati in una precedente pubblicazione ⁽¹⁾, vengono trattati con un più generale procedimento di calcolo che esclude le approssimazioni di carattere geometrico e analitico. I valori dell'aberrazione, nei due casi, sono stati ricalcolati col nuovo procedimento ed estesi ad una apertura totale di 20° dalla sorgente. Il vantaggio delle espansioni polari cilindriche è posto in rilievo nel confronto con altri dispositivi geometrici. Alcune considerazioni sono svolte sui risultati ottenuti.

Condizione generale di focalizzazione.

Sia S la sorgente puntiforme delle traiettorie, che studiamo nel piano xy normale alla direzione del campo magnetico analizzatore, e siano:

$$(1a) \quad \gamma_1 = \gamma_1(x_1),$$

$$(1b) \quad \gamma_2 = \gamma_2(x_2),$$

le equazioni dei profili di entrata e di uscita del settore magnetico (fig. 1).

Sia $C \equiv (x_c, y_c)$ il centro di curvatura della traiettoria generica $SPQF$ nel tratto PQ e assumiamo come unitario il suo raggio di curvatura. L'equazione della traiettoria, nell'intervallo (x_1, x_2) risulta quindi:

$$(2) \quad (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = 1.$$

Le coordinate di C si ricavano dalla fig. 1:

$$x_c = x_1 + \sin \theta,$$

$$y_c = \gamma_1 - \cos \theta,$$

⁽¹⁾ L. MUSUMECI: *Nuovo Cimento*, **7**, 351 (1950).

e si possono esprimere in funzione di θ osservando che $\gamma_1 = x_1 \operatorname{tg} \theta$ e tenendo conto della (1a).

Indichiamo con a la distanza SF che si può scrivere come proiezione sull'asse x della spezzata $SPCQF$:

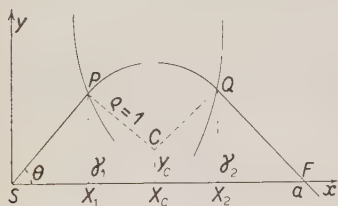


Fig. 1.

$$(3) \quad a = x_2 + \gamma_2 \sqrt{\frac{1}{(x_2 - x_c)^2} - 1}.$$

Sostituendo x_2 e γ_2 rispettivamente al posto di x e y nella (2) e associandovi la (1b) si ottengono le espressioni di x_2 e γ_2 in funzione di θ ; queste espressioni, introdotte nella (3), forniscono a in funzione della sola θ .

La condizione generale di focalizzazione si può mettere perciò sotto la forma:

$$(4) \quad \frac{da}{d\theta} = 0.$$

L'equazione (4) non è, in generale, soddisfatta da ogni coppia di profili γ_1 e γ_2 mÅ, sotto condizioni molto generali comprendenti i casi di interesse pratico, si può mostrare che, assegnato arbitrariamente uno dei due profili γ_1 o γ_2 ed un punto F del piano xy , è sempre possibile determinare l'altro profilo in modo da soddisfare la (4). In particolare si può stabilire la condizione che le traiettorie, e quindi anche i contorni del campo magnetico, siano simmetrici rispetto alla retta di equazione $x = a/2$ ⁽¹⁾ ⁽²⁾ ⁽³⁾ ⁽⁴⁾. In questo caso si ritrovano le note equazioni:

$$(5a) \quad \gamma_1 = \frac{(a/2 - x_1)x_1}{\sqrt{1 - (a/2 - x_1)^2}},$$

$$(5b) \quad \gamma_2 = \frac{(x_2 - a/2)(a - x_2)}{\sqrt{1 - (x_2 - a/2)^2}},$$

la cui espressione differisce da quella riportata altrove ⁽¹⁾ ⁽²⁾ ⁽³⁾ ⁽⁵⁾ per la diversa scelta del sistema di riferimento.

Se le equazioni (1a) e (1b) non soddisfano alla (4) avremo, al variare di θ , una variazione Δa rispetto ad un valore $a(\theta_0)$ assunto come distanza focale non aberrata. Questo Δa rappresenta l'aberrazione nella direzione dell'asse x . Da questa è facile passare a quella in una direzione qualsiasi e, in particolare, normale alla traiettoria centrale del fascio considerato. L'aberrazione cercata risulta quindi, per un valore arbitrario del raggio di curvatura ρ delle traiettorie, del tipo:

$$(6) \quad A = \rho \cdot \Phi(\theta).$$

⁽²⁾ H. HINTERBERGER: *Zeits. f. Naturforschung*, **3a**, 125, 669 (1948); *Rev. Scient. Inst.*, **20**, 748 (1949).

⁽³⁾ L. KERWIN: *Rev. Scient. Inst.*, **20**, 36 (1949).

⁽⁴⁾ L. KERWIN: *Rev. Scient. Inst.*, **21**, 96 (1950).

⁽⁵⁾ L. KERWIN e C. GEOFFRION: *Rev. Scient. Inst.*, **20**, 381 (1949).

Focalizzazione simmetrica del primo ordine.

Le equazioni (1a) e (1b), con approssimazione rettilinea del contorno nei punti di entrata e di uscita della traiettoria normale, per $\theta_0 = 45^\circ$ e $q = 1$ divengono:

$$(5a') \quad \gamma_1 = \sqrt{2} - x_1,$$

$$(5b') \quad \gamma_2 = x_2 - \sqrt{2}.$$

Applicando il procedimento indicato e considerando l'aberrazione Ar in direzione trasversale al fascio di traiettorie, per $35^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ la funzione $\Phi(\theta)$ della (6) assume i valori riportati nella tabella I in corrispondenza ad Ar/q .

Focalizzazione simmetrica del secondo ordine.

Sostituendo alle (5a) e (5b) l'equazione del cerchio tangente alle curve stesse nei punti di entrata e di uscita della traiettoria centrale ($\theta_0 = 45^\circ$), si ha:

$$(5a'') \quad \gamma_1 = \sqrt{2} - \sqrt{1 - (x_1 - \sqrt{2})^2},$$

$$(5b'') \quad \gamma_2 = \sqrt{2} - \sqrt{1 - (x_1 - \sqrt{2})^2},$$

essendo già dimostrato ⁽¹⁾ ⁽²⁾ che tale cerchio è il medesimo per entrambi i contorni γ_1 e γ_2 e che il suo raggio è q . I valori che si ottengono in questo caso per la funzione $\Phi(\theta)$ sono riportati in tabella I in corrispondenza ad Ac/q .

TABELLA I. — *Traiettoria centrale del fascio: $\theta_0 = 45^\circ$.*

θ°	$\theta^\circ - 45^\circ$	$Ar/q \pm 5 \cdot 10^{-5}$	$Ac/q \pm 5 \cdot 10^{-5}$
35	- 10	- 0,02398	+ 0,01136
36	- 9	- 0,01926	+ 0,00815
37	- 8	- 0,01567	+ 0,00568
38	- 7	- 0,01234	+ 0,00372
39	- 6	- 0,00933	+ 0,00230
40	- 5	- 0,00668	+ 0,00136
41	- 4	- 0,00439	+ 0,00077
42	- 3	- 0,00252	+ 0,00026
43	- 2	- 0,00116	+ 0,00006
44	- 1	- 0,00031	+ 0,00005
45	0	0,00000	0,00000
46	+ 1	- 0,00032	- 0,00002
47	+ 2	- 0,00130	- 0,00008
48	+ 3	- 0,00295	- 0,00030
49	+ 4	- 0,00538	- 0,00080
50	+ 5	- 0,00867	- 0,00138
51	+ 6	- 0,01279	- 0,00232
52	+ 7	- 0,01786	- 0,00380
53	+ 8	- 0,02391	- 0,00563
54	+ 9	- 0,03109	- 0,00805
55	+ 10	- 0,03937	- 0,01120

Osservazioni.

1) Il procedimento indicato è applicabile qualunque sia il profilo del campo magnetico. Esso evita di introdurre approssimazioni di carattere geometrico o analitico ⁽¹⁾ ⁽³⁾ ⁽⁵⁾ ⁽⁶⁾ ⁽⁷⁾ ⁽⁸⁾ ⁽⁹⁾ che consistono generalmente nel trascurare quantità che sono infinitesime per fasci di apertura tendente a zero e risultano molto piccole per aperture fino a pochi gradi. Tuttavia tali approssimazioni non sono più lecite « a priori » quando si debbano considerare fasci di apertura iniziale arbitraria. Il problema assume

particolare importanza nel caso in cui si cerchi di ottenere più intense correnti ioniche aumentando l'apertura stessa. Il procedimento non esclude però la possibilità di introdurre semplificazioni di calcolo, volta per volta, quando queste rientrino nel grado di approssimazione voluto.

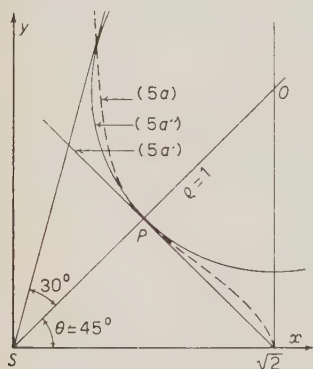


Fig. 2.

2) L'aberrazione A_r , relativa alla focalizzazione del 1° ordine, risulta sempre negativa nell'intervallo considerato ($45^\circ \pm 10^\circ$) e sensibilmente diversa per le due semiaperture (v. tab. I). Per conseguenza, considerando fasci di apertura iniziale simmetrica rispetto a $\theta_0 = 45^\circ$, l'ampiezza dell'immagine è determinata dall'aberrazione dovuta alla sola semiapertura positiva.

L'aberrazione A_c , relativa alla focalizzazione del 2° ordine, risulta invece di segno opposto per le due semiaperture e praticamente simmetrica rispetto al fuoco. L'ampiezza dell'immagine è perciò doppia di quella che sarebbe prodotta da una sola semiapertura iniziale.

La ragione di ciò va ricercata nel fatto che i cerchi tangenti alle curve (5) attraversano le curve stesse nei punti di tangenza mentre le rette tangenti negli stessi punti rimangono completamente esterne al contorno. La posizione delle curve (5a), (5a'), (5a''), è indicata in fig. 2. La posizione delle curve (5b) (5b'), (5b''), non tracciate in figura, è simmetrica rispetto all'asse $x = \sqrt{2}$.

Il caso della approssimazione rettilinea nei punti di inflessione delle (5a), (5b) ⁽¹⁾ ⁽²⁾ ⁽³⁾ ⁽⁴⁾ ⁽⁵⁾ rientra, anche sotto questo aspetto, in quello della approssimazione circolare.

3) Ammettendo una distribuzione uniforme del flusso di ioni uscenti da S nel piano xy, di intensità Q ioni per grado per secondo, la densità dei punti di arrivo lungo il collettore, dopo il tempo t , sarà:

$$D = Qt \frac{d\theta}{dl},$$

essendo: $dl = A(\theta + d\theta) - A(\theta)$.

⁽⁶⁾ D. L. JUDD: *Rev. Scient. Inst.*, **21**, 213 (1950).

⁽⁷⁾ M. CAMAC: *Rev. Scient. Inst.*, **22**, 197 (1951).

⁽⁸⁾ W. G. CROSS: *Rev. Scient. Inst.*, **22**, 717 (1951).

⁽⁹⁾ W. WALCHER: *Nucleonics*, **5**, 42 (1949).

L'andamento della funzione D , rispettivamente per focalizzazione del 1° ordine (curve II e III) e del 2° ordine (curva I), è rappresentato in fig. 3. In ascissa sono riportati i valori di l , a partire dal fuoco, in direzione normale alla traiettoria centrale del fascio e negativi dalla parte più vicina alla sorgente. L'unità di l è assunta uguale a $q/1000$. In ordinata sono riportati i valori di D , in scala logaritmica, per $Q = 1$ e $t = 1$. Sulle scale I, II, III, è indicata la semiapertura in gradi relativa al corrispondente valore di l del-

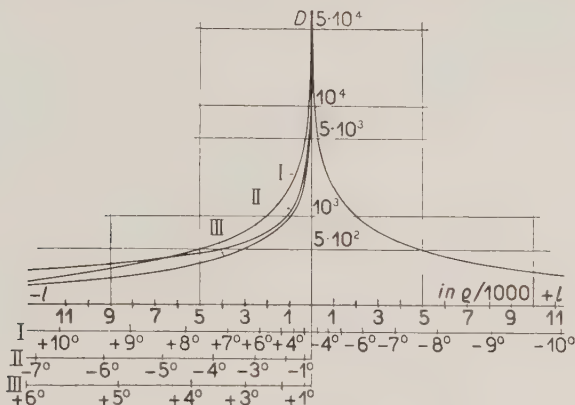


Fig. 3.

l'ascissa, rispettivamente per le curve I, II, III. La semiapertura iniziale è positiva per $\theta > 45^\circ$.

Le curve II e III sono del tutto analoghe a quelle riportate da G. E. OWEN ⁽¹⁰⁾ per spettrometri a settore magnetico di 180° ⁽¹¹⁾. Confrontando il grafico di OWEN col nostro di fig. 3 si vede che nel caso del settore di 180° le due curve II e III si sovrappongono; inoltre, considerando i valori medi fra le scale II e III del nostro grafico, si nota un ottimo accordo con i corrispondenti valori riportati da OWEN. Ciò dimostra che lo spettrometro a settore di 180° si comporta, agli effetti della focalizzazione, come quello a settore di 90° con approssimazione rettilinea del contorno; fornisce cioè una focalizzazione del 1° ordine. D'altra parte si è già visto ⁽¹⁾ che la dispersione è la stessa nei due casi; si deve quindi concludere che, a parità di q , il passaggio dal settore magnetico di 90° a quello di 180° non porta alcun miglioramento sul potere risolutivo mentre richiede espansioni polari di superficie doppia.

4) La quantità di ioni usciti nel tempo t da una fenditura di ampiezza Δl è:

$$I = \int_{l_1}^{l_2} D dl = \int_{\theta_1}^{\theta_2} Qt d\theta = Qt(\theta_2 - \theta_1),$$

⁽¹⁰⁾ G. E. OWEN: *Rev. Scient. Inst.*, **20**, 916 (1949), fig. 2.

⁽¹¹⁾ E. PERSICO e C. GEOFFRION: *Rev. Scient. Inst.*, **21**, 945 (1950).

essendo l_1 e l_2 gli estremi della fenditura e θ_1 e θ_2 i valori di θ corrispondenti a tali estremi.

Poichè i valori segnati sulle scale I, II, III di fig. 3, per i rispettivi tipi di focalizzazione, sono proporzionali a $\int_0^l D dl$, la figura stessa fornisce una immediata valutazione di I per fenditure di ampiezza e posizione arbitrarie.

5) Le precedenti considerazioni valgono per una sorgente puntiforme. Nel caso di sorgenti di ampiezza finita le dimensioni della immagine si accrescono di una quantità che si può ritenere uguale alle dimensioni della sorgente. Per focalizzazione del 2° ordine, i due rami della curva I si allontanano fra loro della suddetta quantità ed il massimo di distribuzione rimane praticamente coincidente col fuoco. Per focalizzazione del 1° ordine la deformazione delle curve II e III dipende sostanzialmente dalle dimensioni della sorgente. Esempi di tale deformazione, relativi a spettrometri con settore di 180°, sono illustrati nelle figg. 3, 4, 5, 6, della pubblicazione citata ⁽¹⁰⁾.

6) L'approssimazione del contorno del campo magnetico con profilo del 2° ordine presenta un indiscutibile vantaggio rispetto a quello del 1° ordine per quanto concerne il potere risolutivo dello spettrometro. A tale vantaggio si aggiunge quello della massima semplicità costruttiva delle scarpe polari in due particolari situazioni geometriche; cioè quando si sostituisce al profilo ideale:

a) la retta tangente nel punto di inflessione;

b) il cerchio tangente nel punto di ingresso normale delle traiettorie

per settore magnetico di 90°.

In questi casi le scarpe polari assumono rispettivamente la forma prismatica e cilindrica. È interessante perciò confrontare questi due casi a parità di condizioni dei parametri ϱ e θ_0 . Per questo confronto utilizziamo i dati ricavabili dalle formule di L. KERWIN ⁽³⁾ per il caso a) ed i nostri valori per il caso b).

In tabella II sono indicati i rapporti fra la dispersione Db/Da , l'aberrazione Ab/Aa , il potere risolutivo Rb/Ra e la superficie utile delle espansioni polari Sb/Sa , per $\varrho = 1$, $\theta_0 = 45^\circ$, e per fasci di apertura iniziale 2ω rispettivamente di 4°, 10°, 20°, simmetrica rispetto alla traiettoria centrale non aberrata.

TABELLA II. - $\varrho = 1$; $\theta = 45^\circ$.

2ω	Db/Da	Ab/Aa	Rb/Ra	Sb/Sa
4°	1,5	0,58	2,56	1,5
10°	1,5	0,76	1,98	1,5
20°	1,5	0,78	1,92	1,5

Per superficie utile intendiamo l'area di settore magnetico compresa fra le traiettorie più esterne di un fascio di data apertura iniziale. In pratica l'area delle espansioni polari è alquanto maggiore per assicurare l'uniformità del

campo in tutta la superficie utile. Questo aumento di superficie, che dipende essenzialmente dall'altezza del traferro e dall'apertura iniziale del fascio, riduce comunemente il rapporto Sb/Sa a valori compresi fra 1,2 e 1,4.

La situazione è illustrata in fig. 4. I punti P e Q , di ingresso e di uscita della traiettoria centrale, coincidono nei due casi, come pure il settore magnetico $\widehat{POQ} = 90^\circ$. L'area Sa è quella tratteggiata, mentre l'area Sb è racchiusa nella linea più marcata. La posizione della sorgente e del fuoco è indicata dai punti S', F' , nel caso a) e S, F , nel caso b).

I dati della tabella II, l'osservazione della fig. 4 e le precedenti considerazioni portano a concludere che, per spettrometri a settore di 90° e a parità di q , il tipo b) richiede una maggiore superficie delle espansioni polari. Questo svantaggio è però compensato da una maggiore dispersione e da una minore aberrazione che si traducono in un potere risolutivo notevolmente più elevato.

Incidentalmente si può osservare che, nel caso b), tutte le traiettorie il cui ingresso è normale al contorno escono anche normalmente, qualunque sia il loro raggio di curvatura; inoltre gli spostamenti trasversali della sorgente (che si possono considerare come rotazioni intorno al centro del polo magnetico) non hanno alcuna influenza sull'aberrazione e sulla distanza focale, il che semplifica le operazioni di aggiustamento.

Qualora il progetto dello spettrometro debba prevedere un settore magnetico diverso da 90° , l'approssimazione circolare del contorno perde gran parte dei suoi vantaggi per il fatto che i due profili, di entrata e di uscita, non sono più archi dello stesso cerchio. In questo caso, volendo conservare la focalizzazione del secondo ordine, sembra opportuno ricorrere all'approssimazione del tipo a) che è sempre possibile per qualunque settore magnetico.

Ringrazio il prof. TITO FRANZINI per l'indirizzo generale di questo lavoro ed il prof. ENRICO PERSICO che gentilmente ha accettato di leggere il manoscritto e che, in una utilissima discussione, mi ha suggerito l'argomento trattato nel n. 6 delle osservazioni.

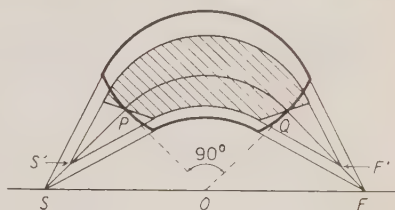


Fig. 4.

SUMMARY

In a previous article some cases of flat focusing of the 1st and 2nd order were examined in the condition of the maximum dispersion of the images. A more general proceeding of the calculation of the aberration is shown in the present work. The values of aberration and distribution density along the collector plate, are calculated up to an initial 20° divergence of the tracks. This calculation is made for 1st and 2nd order focusing. The advantage of the polar cylindrical expansions is set forth in the comparison with other geometrical dispositives. In the reached results some considerations are made.

LETTERE ALLA REDAZIONE

(La responsabilità scientifica degli scritti inseriti in questa rubrica è completamente lasciata dalla Direzione del periodico ai singoli autori)

The Oppenheimer Approximation for the Scattering of Electrons.

E. CORINALDESI (*), L. TRAINOR (*) and TA-YOU-WU

Division of Physics, National Research Council - Ottawa, Canada

(ricevuto il 21 Marzo 1952)

The theory of the scattering of electrons by hydrogen and helium atoms was first given by OPPENHEIMER ⁽¹⁾ on the basis of an approximation procedure which takes proper account of the exclusion principle. A similar, but not identical treatment of the same problem was given by MOTT and MASSEY ⁽²⁾.

Recently, criticism has been levelled against Oppenheimer's method ⁽³⁾. Considerable confusion seems to exist concerning a so-called « prior-post » ambiguity in the matrix elements for the transition probabilities.

In the present note, we shall try to formulate the method so that this ambiguity may be interpreted. By placing the emphasis on either the initial or the final state, we shall obtain Oppenheimer's or Mott and Massey's result, respectively.

For the sake of simplicity, let us consider the scattering of an electron by a hydrogen atom, represented by the equation

$$(1) \quad \mathcal{H}\Psi(1, 2) = E\Psi(1, 2),$$

with

$$(2) \quad \mathcal{H} = -\Delta_1 - \Delta_2 - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_{12}}.$$

Here $\Psi(1, 2)$ must be either symmetrical or antisymmetrical (singlet or triplet state), and have a suitable asymptotic form.

Let us assume that \mathcal{H} can be represented as a sum of two terms,

$$(3) \quad \mathcal{H} = H_0 + H_1,$$

the second of which can be treated as a perturbation. By Φ_m we denote the eigen-

(*) National Research Laboratories Postdoctorate Fellow.

⁽¹⁾ Cf. e.g. G. WENTZEL: *Handbuch der Physik*, **24/1**, p. 126.

⁽²⁾ N. F. MOTT and H. S. W. MASSEY: *The Theory of Atomic Collisions* (Oxford, New York, 1933).

⁽³⁾ D. R. BATES, A. FUNDAMINSKY and H. S. W. MASSEY: *Trans. Roy. Soc. (London)*, **243**, 93 (1950); D. LAYZER: *Phys. Rev.*, **84**, 1221 (1951).

function of H_0 corresponding to the eigenvalue E_m . The transition probability per unit time from the state Φ_a to the state Φ_b is given by (4)

$$(4) \quad w_{ba} = 2\pi\delta(E_a - E_b) |T_{ba}|^2.$$

Here

$$(5) \quad T_{ba} = (\Phi_a, H_1 \Psi_a^{(+)}) = (\Phi_a, H_1 \Psi_b^{(-)})^*,$$

and

$$(6a) \quad \Psi_a^{(+)} = \Phi_a + \frac{1}{E_a + i\varepsilon - H_0} H_1 \Phi_a + \dots,$$

$$(6b) \quad \Psi_b^{(-)} = \Phi_b + \frac{1}{E_b - i\varepsilon - H_0} H_1 \Phi_b + \dots,$$

with $\varepsilon \rightarrow 0$.

To find a satisfactory way of splitting \mathcal{H} into a zero order term and a perturbation is a very difficult problem. Oppenheimer's original method (1) amounts to the following.

We define

$$(7a) \quad \Phi_a^{(a)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp[i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_2) \pm \exp[i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_a(\mathbf{x}_1)]$$

to represent the initial state. Here \mathbf{p} denotes the momentum of the impinging electron, φ_a an eigenfunction of

$$(8) \quad \left(-\Delta - \frac{1}{r}\right) \varphi(\mathbf{x}) = \varepsilon \varphi(\mathbf{x}),$$

corresponding to the eigenvalue $\varepsilon_a < 0$. It is then possible to define a complete set of orthogonal functions, $\Phi_m^{(a)}$, one of which coincides with our $\Phi_a^{(a)}$ ($m = a$). We define also $H_1^{(a)}$ which operates on $\Phi_a^{(a)}$ as follows:

$$(9a) \quad H_1^{(a)} \Phi_a^{(a)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \exp[i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_2) \pm \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_2} \right) \exp[i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_a(\mathbf{x}_1) \right],$$

and on the remaining $\Phi_m^{(a)}$ in such a way that the conditions for hermiticity are satisfied.

By definition

$$(10a) \quad (\mathcal{H} - H_1^{(a)}) \Phi_a^{(a)} = (\mathbf{p}^2 + \varepsilon_a) \Phi_a^{(a)},$$

and therefore $\Phi_a^{(a)}$ can be considered as zero order eigenfunction, the zero order Hamiltonian being $H_0^{(a)} = \mathcal{H} - H_1^{(a)}$.

For the transition from the state $\Phi_a^{(a)}$ to another state $\Phi_b^{(a)}$ we have in the first

(4) Cf. e.g. B. A. LIPPMANN and J. SCHWINGER: *Phys. Rev.*, **79**, 469 (1950).

approximation

$$(11a) \quad T_{ba}^{(a)} = (\Phi_b^{(a)}, H_1^{(a)} \Phi_a^{(a)}) = \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Phi_b^{(a)}, \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_2) \pm \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_2} \right) \exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_a(\mathbf{x}_1) \right),$$

which can be evaluated only if the actual form of $\Phi_b^{(a)}$ is given. If, however, the final state is assumed to be a superposition of $\Phi_m^{(a)}$, approximated by

$$(12a) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_b(\mathbf{x}_2) \pm \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b(\mathbf{x}_1)],$$

we obtain

$$(13a) \quad T_{ba}^{(\text{prior})} = \int \exp [i(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{x}_1] \frac{1}{r_{12}} \varphi_b^*(\mathbf{x}_2) \varphi_a(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \pm \\ \pm \int \exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b^*(\mathbf{x}_2) \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_2} \right) \exp [-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2,$$

which is the so-called « prior » matrix element.

The Oppenheimer method, as presented in (2), is equivalent to the following. We define

$$(7b) \quad \Phi_b^{(b)} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_b(\mathbf{x}_2) \pm \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b(\mathbf{x}_1)],$$

and a set of orthogonal functions $\Phi_m^{(b)}$, one of which coincides with $\Phi_b^{(b)}$ ($m = b$). We then define $H_1^{(b)}$ so that

$$(9b) \quad H_1^{(b)} \Phi_b^{(b)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_b(\mathbf{x}_2) \pm \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_2} \right) \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b(\mathbf{x}_1) \right].$$

$H_1^{(b)}$ operates on the remaining $\Phi_m^{(b)}$ in such a way that the conditions for hermiticity are satisfied.

By definition

$$(10b) \quad (\mathcal{H} - H_1^{(b)}) \Phi_b^{(b)} = (\mathbf{q}^2 + \varepsilon_b) \Phi_b^{(b)}.$$

Therefore the zero order Hamiltonian is now $H_0^{(b)} = \mathcal{H} - H_1^{(b)}$, and $\Phi_b^{(b)}$ is a zero order eigenfunction.

For the transition from $\Phi_a^{(b)}$ to $\Phi_b^{(b)}$ we have

$$(11b) \quad T_{ba}^{(b)} = (\Phi_a^{(b)}, H_1^{(b)} \Phi_b^{(b)})^* = \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\Phi_a^{(b)}, \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_b(\mathbf{x}_2) + \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_2} \right) \exp [i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b(\mathbf{x}_1) \right)^*.$$

The actual form of $\Phi_a^{(b)}$ should be known for the calculation. If we assume that

the initial state is a superposition of $\Phi_m^{(b)}$, approximated by

$$(12b) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_2) \pm \exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_a(\mathbf{x}_1)],$$

we obtain

$$(13b) \quad T_{ba}^{(\text{post})} = \int \exp [i(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{x}_1] \frac{1}{r_{12}} \varphi_b^*(\mathbf{x}_2) \varphi_a(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \pm \\ \pm \int \exp [i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_2] \varphi_b^*(\mathbf{x}_2) \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_1} \right) \exp [-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_1] \varphi_a(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2$$

which is the «post» matrix element.

Thus the «prior» and the «post» matrix elements represent two similar, but not identical, approximations. There is no reason why they should be the same. To postulate this would produce rather unnatural complications.

Diffrazione di raggi X da parte di soluzioni acquose di zucchero caramellato.

A. CARRELLI e E. TARTAGLIONE

Istituto di Fisica dell'Università - Napoli

(ricevuto il 25 Marzo 1952)

In un lavoro sulla conducibilità elettrolitica con frequenza di 7 MH ⁽¹⁾ si è notato che, per le soluzioni acquose di zucchero caramellato dotate di viscosità molto elevata (che può raggiungere anche il valore di 1,50 poise), il prodotto $\Delta\eta$ non è costante; esso presenta infatti una notevole variazione nell'intervallo nel quale η varia tra 0,05 e 0,5, e rimane quasi costante per valori di η maggiori. Si è voluto allora vedere se nelle soluzioni di zucchero caramellato con η compreso nel medesimo intervallo di viscosità l'intensità dell'anello di diffrazione dei raggi X caratteristico dell'acqua presenta variazioni anomale, fatto questo che sta evidentemente a significare una variazione strutturale del liquido e può quindi fornire una giustificazione della anomalia riscontrata nella legge $\Delta\eta =$ = costante.

Per tale ricerca si è usato il dispositivo ben noto che è stato già utilizzato

in altre ricerche compiute nello stesso Istituto ⁽²⁾.

Sono state compiute quattro serie di misure nel campo di viscosità compreso fra 0,04 e 1,10 poise, cioè tale da comprendere tutto l'intervallo in cui si nota l'anomalia per il prodotto $\Delta\eta$. Col dispositivo usato, gli annerimenti sulla lastra fotografica venivano trasformati in intensità. In fig. 1 sono riportate le variazioni dell'intensità dei raggi X diffratti in funzione degli angoli di diffrazione per tutte le soluzioni di una delle quattro serie di misure eseguite.

Sulle lastre, come prevedibile, si osserva un continuo su cui è nettamente riconoscibile l'anello di diffrazione caratteristico dell'acqua (il pennellino di raggi X usato ha un diametro da non permettere facilmente l'osservazione degli altri anelli di diffrazione dell'acqua).

Per tutte e quattro le serie di misure eseguite si è notato una rapidissima di-

⁽¹⁾ A. CARRELLI e L. RESCIGNO: Nota II, *Nuovo Cimento*, 7, 9 (1950).

⁽²⁾ F. CENNAMO: *Rend. Acc. Lincei*, 10, 475 (1951).

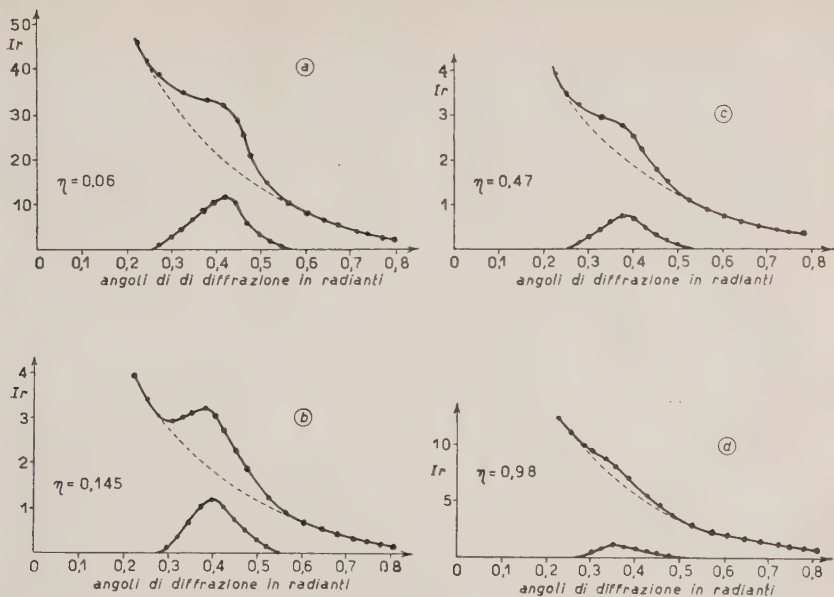


Fig. 1.

minuzione dell'intensità in corrispondenza del massimo, al variare della viscosità. L'andamento di questa varia-

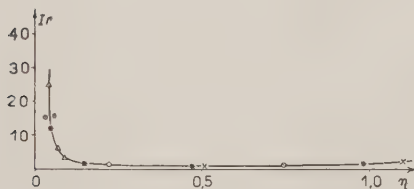


Fig. 2.

zione è riportato in fig. 2, relativamente alle quattro serie di misure fatte.

Il punto importante è che la variazione di intensità notevole si riscontra appunto nella zona dei valori di η compresi fra 0,04 e 0,2 e cioè nell'intervallo di viscosità dove si riscontra maggiormente l'anomalia nel prodotto $\Delta\eta$. Si può dunque concludere che tale anomalia nel prodotto $\Delta\eta$ è strettamente connessa con una modifica strutturale delle soluzioni considerate in quell'intervallo di viscosità.

Formula per le frequenze di vibrazione delle molecole biatomiche dei metalli alcalini.

G. LOVERA

Istituto di Fisica dell'Università - Modena

(ricevuto il 27 Marzo 1952)

La formula che è oggetto della presente nota, e che riproduce in modo soddisfacente le frequenze di vibrazione delle molecole biatomiche omonucleari dei metalli alcalini (Li_2 , Na_2 , K_2 , Rb_2 , Cs_2) è stata dedotta schematizzando la molecola A_2 nel seguente modello: una coppia di ioni A^{v+} , a carica positiva $+ve$, considerati puntiformi, immersi in una distribuzione spaziale rigida di elettricità negativa, a simmetria sferica, con centro nel baricentro del sistema dei due ioni A^{v+} , e carica totale $-2ve$, essendo e il valore assoluto della carica elettrica elementare ⁽¹⁾. Sia

$$(1) \quad -2ve\rho(y),$$

la densità di carica a distanza y dal centro. Detta r la distanza tra i due ioni A^{v+} , l'energia potenziale elettrostatica complessiva è ovviamente

$$(2) \quad W(r) = \frac{v^2 e^2}{r} - 2ve \left[\frac{8\pi ve \int_0^{r/2} \rho(y)y^2 dy}{r/2} + 8\pi ve \int_{r/2}^{\infty} \rho(y)y dy \right] + w_0,$$

dove w_0 è un termine costante, inerente alla distribuzione spaziale delle cariche negative. Perciò la distanza r_e di equilibrio tra le due particelle A^{v+} , è individuata dalla relazione

$$(3) \quad 4\pi \int_0^{r_e/2} \rho(y)y^2 dy = \frac{1}{8},$$

che si ottiene applicando alla (2) la condizione $[dW(r)/dr]_{r=r_e} = 0$; e la costante K

⁽¹⁾ Un'altra schematizzazione, simile alla presente, è già stata considerata da G. PUPPI: *Nuovo Cimento*, **3**, 198 (1946).

delle forze di richiamo, per oscillazioni elastiche, è data da:

$$(4) \quad K = \left[\frac{d^2 W(r)}{dr^2} \right]_{r=r_e} = 4\pi v^2 e^2 \varrho \left(\frac{r_e}{2} \right).$$

Se alla $\varrho(y)$, finora arbitraria, si attribuisce l'espressione

$$(5) \quad \varrho(y) = \frac{1}{4\pi(2n)!} \frac{(\alpha y)^{2n+1}}{y^3} \exp[-\alpha y],$$

la (3) diviene (per n intero o semi-intero):

$$(6) \quad \exp \left[-\frac{\alpha r_e}{2} \right] \left[1 + \frac{\alpha r_e}{2} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\alpha r_e}{2} \right)^2 + \dots + \frac{1}{(2n)!} \left(\frac{\alpha r_e}{2} \right)^{2n} \right] = \frac{7}{8},$$

e, fissato n , la si può risolvere rispetto a $\alpha r_e/2$.

D'altro canto, dalle (4) e (5), si ha

$$(7) \quad K = \frac{v^2 e^2}{(2n)!} \frac{\left(\frac{\alpha r_e}{2} \right)^{2n+1}}{\left(\frac{r_e}{2} \right)^3} \exp \left[-\frac{\alpha r_e}{2} \right] = \frac{v^2 e^2 K'}{r_e^3},$$

dove si è posto

$$(8) \quad K' = \frac{8}{(2n)!} \left(\frac{\alpha r_e}{2} \right)^{2n+1} \exp \left[-\frac{\alpha r_e}{2} \right].$$

Risolvendo la (6) rispetto a $\alpha r_e/2$, si ottengono per K' i seguenti valori:

$n =$	1	2	3	4	5	6
$K' =$	2,146 ₁	2,985 ₃	3,670 ₅	4,255 ₇	4,781 ₉	5,270 ₀

Quindi la frequenza di vibrazione risulta:

$$(9) \quad v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{\mu}} = \frac{ve}{2\pi} \sqrt{\frac{K'}{r_e^3 \mu}},$$

dove μ è la massa ridotta. Sostituendo alle costanti note i rispettivi valori numerici, e misurando r_e in Å, μ in unità di massa atomica, si ha, in numeri d'onde:

$$(10) \quad \tilde{\nu} = 1979,7v \sqrt{\frac{K'}{r_e^3 \mu}} \text{ cm}^{-1}.$$

In particolare per $v = 1$, e $n = 1$, la (10) diviene

$$(11) \quad \tilde{\nu} = \frac{2900,2}{\sqrt{r_e^3 \mu}} \text{ cm}^{-1} \quad (r_e \text{ in Å; } \mu \text{ in u.m.a.).$$

La tabella I pone a raffronto i numeri d'onde $\tilde{\nu}$ sperimentali per le molecole biatomiche degli alcalini con quelli calcolati mediante la (11). I dati sperimentali di r_e e di $\tilde{\nu}$ sono quelli riportati da HERZBERG ⁽²⁾, tranne i valori contrassegnati con (G), che sono dovuti a GUGGENHEIMER ⁽³⁾. I risultati ottenuti sono soddisfacenti, anche se si applica la (11) a molecole non omonucleari. L'errore medio percentuale, media dei valori assoluti degli errori percentuali singoli, ammonta a 5,3%: un accordo numerico migliore si otterrebbe assumendo $v = 1,05$.

Le presenti considerazioni sono suscettibili di estensione a molecole di altri gruppi, con buoni risultati.

TABELLA I. — Numeri d'onde di vibrazione delle molecole degli alcalini.

Mole- cola	r_e (Å)	$\tilde{\nu}(\text{cm}^{-1})$		Diff. %	Mole- cola	r_e (Å)	$\tilde{\nu}(\text{cm}^{-1})$		Diff. %
		oss.	calc.				oss.	calc.	
Li ₂	2,672 ₅	351,43	354,4	+0,8	LiRb	3,42(G)	185	181,0	-2,2
Na ₂	3,078 ₆	159,23	158,3	-0,6	LiCs	3,55(G)	167	167,9	+0,5
K ₂	3,923	92,46	84,6	-8,5	NaK	3,50(G)	123,29	116,4	-5,6
Rb ₂	4,18(G)	57,28	52,1	-9,0	NaRb	3,63(G)	106,64	98,5	-7,6
Cs ₂	4,42(G)	41,99	38,3	-8,8	NaCs	3,75(G)	98	90,2	-8,0
LiK	3,30(G)	207	199,3	-3,7	RbCs	4,30(G)	49,41	45,1	-8,7

⁽²⁾ G. HERZBERG: *Spectra and molecular structures - I: Spectra of diatomic molecules* (New York, 1950).

⁽³⁾ K. M. GUGGENHEIMER: *Proc. Phys. Soc.*, **58**, 456 (1946).

Cattura nucleare del mesone μ .

P. BUDINI (*)

Istituto di Fisica dell'Università - Trieste

(ricevuto il 9 Aprile 1952)

Il problema se i processi tra particelle di Dirac:

α) Decadimento β del nucleone,

β) Decadimento β del muone,

γ) Cattura nucleare del muone,

debbano essere pensati come diretti, come l'uguaglianza delle costanti di accoppiamento sembra suggerire, oppure come approssimazione statica di un'interazione tramite campo è ancora aperto, opponendosi al primo punto di vista la non rinormalizzabilità dei processi diretti ⁽¹⁾ ed eventualmente la troppo breve vita media teorica del decadimento β del pione ⁽²⁾, e al secondo la difficoltà di spiegare i processi α) e β) rimanendo nell'ambito dei campi finora noti.

Ci proponiamo di svolgere alcune considerazioni relative al processo γ) nell'ipotesi di lavoro che tale processo sia indiretto, il campo pionico fungendo da intermediario, e che quest'ultimo mantenga il suo carattere di simmetria rispetto alla carica, almeno qualitativamente, anche rispetto al muone.

L'elemento di matrice relativisticamente invariante del processo γ) si scrive, adottando il formalismo di Feynmann ($\hbar = 1$, $c = 1$):

$$(1) \quad H' = -e_I e_{II} \iint (\boldsymbol{\tau}_I \cdot \boldsymbol{\tau}_{II}) \bar{\psi}_{II}(2) O \psi_{II}(2) \bar{\psi}_I(1) O \psi_I(1) \delta_+(s_{12}^2) d^4x_1 d^4x_2,$$

dove gli indici I e II si riferiscono al nucleone e muone rispettivamente; e sono le cariche pioniche delle due particelle di Dirac, $\boldsymbol{\tau}$ gli operatori di spin isotopico, O gli operatori di Dirac dipendenti dalle caratteristiche del campo e dell'interazione assunte (se pseudoscalare-pseudoscalare $O = \gamma^{(5)}$) e per gli altri simboli il significato è l'usuale. Le integrazioni si intendono estese a tutto il dominio dello spazio tempo entro il quale l'interazione è diversa da zero.

(*) Attualmente presso il Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen.

(1) F. J. DYSON: *Phys. Rev.*, **75**, 1736 (1949).

(2) E. FERMI: *Elementary Particles* (New Haven, 1951), p. 110; H. L. FRIEDMAN e J. RAINWATER: *Phys. Rev.*, **84**, 684 (1951); M. RUDERMANN: *Phys. Rev.*, **85**, 167 (1952).

Osservando che:

$$(2) \quad \delta_+(\varepsilon_{12}^2) = -\frac{1}{\pi} \int \exp[i\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\chi}_{12}] \frac{1}{\mathbf{K}^2 - \varkappa^2} d^4k = \frac{1}{2\pi} \times \\ \times \int \frac{\exp[-\sqrt{\varkappa^2 - E^2} |\chi_{12}|]}{|\chi_{12}|} \exp[-iEt_{12}] dE,$$

\varkappa = massa del pione.

e che l'integrazione sulle variabili di energia e di tempo porta a delle funzioni δ esprimenti il principio di conservazione dell'energia:

$$(3) \quad E_I - E_{I^0} = E_{II^0} - E_{II} = \varepsilon,$$

si ottiene:

$$(4) \quad H' = -e_I e_{II} \iint (\boldsymbol{\tau}_I \cdot \boldsymbol{\tau}_{II}) \frac{\exp[-\sqrt{\varkappa^2 - \varepsilon^2} |\chi_{12}|]}{|\chi_{12}|} \times \\ \times \bar{\psi}_{II}(2) O \psi_{II^0}(2) \bar{\psi}_I(1) O \psi_{I^0}(1) d^3x_1 d^3x_2,$$

che in approssimazione statica si riduce all'elemento di matrice di interazione diretta:

$$(5) \quad H' = -\frac{4\pi e_I e_{II}}{\varkappa^2} \int (\boldsymbol{\tau}_I \cdot \boldsymbol{\tau}_{II}) \bar{\psi}_{II}(1) O \psi_{II^0}(1) \bar{\psi}_I(1) O \psi_{I^0}(1) d^3x_1,$$

che, nel nostro caso, descrive sia il processo:

$$\gamma^- \quad \mu^- + P \rightarrow N + \nu^0,$$

che quello, per ora ancora ipotetico (*):

$$\gamma^0 \quad \begin{cases} \mu^- + P \rightarrow P' + e^-, \\ \mu^- + N \rightarrow N' + e^-. \end{cases}$$

Vogliamo brevemente studiare alcune delle conseguenze sperimentali che l'ammissione dell'esistenza del processo γ^0 comporta.

Ricordando che la probabilità di transizione ω_{γ^-} del processo γ^- può esser posta nella forma:

$$(6) \quad \omega_{\gamma^-} = \omega_\beta \left(\frac{Z}{Z_0} \right)^4,$$

con: ω_β = vita media del processo β) = $2,15 \cdot 10^{-6}$ s;

Z = numero atomico (efficace ⁽²⁾) del nucleo;

Z_0 = costante da determinarsi empiricamente;

A = numero di massa;

(*) La possibilità dell'esistenza del processo γ^0 è stata a suo tempo considerata anche da G. PUPPI (comunicazione privata).

(2) J. TIOMNO e J. A. WHEELER: *Rev. Mod. Phys.*, **21**, 153 (1949).

risulta che:

$$(7) \quad \omega_{\gamma^0} = X^2 \omega_\beta \frac{AZ^3}{Z_0^4},$$

dove, assumendo per generalità costanti di accoppiamento diverse per i processi γ^- e γ^0 , abbiamo posto:

$$(8) \quad X = \left(\frac{\kappa^-}{\kappa^0} \right)^2 \frac{e_I^0 e_{II}^0}{e_I^- e_{II}^-},$$

dove e sono ancora le cariche delle particelle di Dirac nel campo pionico, gli indici in basso riferendosi alla particella di Dirac e gli indici in alto alla carica del campo, e analoga considerazione vale per le masse κ^- e κ^0 dei pioni.

La vita media del μ^- nell'orbita K sarà data dalla:

$$(9) \quad \frac{1}{\tau_-} = \omega_\beta + \omega_{\gamma^-} + \omega_{\gamma^0} = \\ = \omega_\beta \left[1 + \left(\frac{Z}{Z_0} \right)^4 \left(1 + X^2 \frac{A}{Z} \right) \right],$$

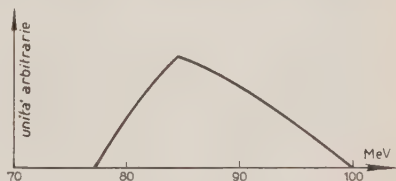


Fig. 1. - Spettro differenziale energetico degli elettroni del processo.

che, salvo una rivalutazione di Z_0 , si identifica, in prima approssimazione, con l'espressione usualmente nota quando non si ammetta l'esistenza del processo γ^0 .

La forma dello spettro degli elettroni emessi nel processo γ^0 si calcola facilmente, accontentandosi di una prima approssimazione, se si adotta per il nucleo un modello a particelle individuali e seguendo il metodo di J. TIOMNO e J. A. WHEELER (3); essa è stata riportata in fig. 1. Bisogna osservare che, in base alle recenti misure di F. C. MARSHALL e R. SARD (4), sembra che l'energia di eccitazione che nel processo γ^- rimane al nucleo sia più grande di quella prevista teoricamente (3); questo, nell'eventualità dell'esistenza del processo γ^0 , avrà per conseguenza uno spostamento dello spettro di fig. 1 verso le basse energie.

Sommando lo spettro degli elettroni di disintegrazione dei μ^- dovuti al processo β con quello di fig. 1 con pesi nel rapporto:

$$(10) \quad q = \frac{\omega_\beta}{\omega_{\gamma^0}} = \frac{Z_0^4}{X^2 AZ^3},$$

si otterrà lo spettro degli elettroni emessi da μ^- decadenti a fine range; il quale dovrebbe dunque presentare una coda di alta energia la cui entità sarebbe funzione di Z .

Vogliamo ora calcolare la frazione r di elettroni del processo γ^0 (di alta energia) che sarebbe da aspettarsi da mesoni μ fermati in un dato materiale (per esempio nelle emulsioni) supponendo che la metà di essi siano negativi:

(4) F. C. MARSHALL e R. SARD: *Phys. Rev.*, **85**, 120 (1952).

sia $a(Z)$ = probabilità che un μ^- venga catturato da un atomo di numero atomico Z ;

$f(Z) = \frac{\omega_{\gamma^0}}{\omega_{\beta} + \omega_{\gamma^0} + \omega_{\gamma^-}}$ = probabilità che un elettrone catturato subisca un processo γ^0 (emetta un elettrone energetico);

$F(Z) = \frac{\omega_{\gamma^0} + \omega_{\beta}}{\omega_{\gamma^0} + \omega_{\gamma^-} + \omega_{\beta}}$ = probabilità che un μ^- catturato emetta un elettrone, allora chiaramente:

$$(11) \quad r = \frac{\sum_Z a(Z)f(Z)}{1 + \sum_Z a(Z)F(Z)} \quad \text{con} \quad \sum_{Z \geq 1} a(Z) = 1,$$

ponendo le (6), (7) e (8) nella (11) si vede che r dipende fortemente dal rapporto $(e_1^0 e_{II}^0)/(e_1^- e_{II}^-)$. Il valore di r da aspettarsi per le emulsioni (abbiamo assunto $^{(5)} \sum_{Z \geq 34} a(Z) = 0,54$) in funzione di alcuni valori di tale rapporto è stato riportato nella seguente tabella:

$\frac{e_1^0 e_{II}^0}{e_1^- e_{II}^-}$	1	1/2	1/4	1/10
Frazione di elettroni energici da aspettarsi nelle emulsioni se esiste il processo γ^0	21/100	10/100	3,2/100	0,4/100

⁽⁵⁾ A. BONETTI e G. TOMMASINI: *Nuovo Cimento*, **8**, 693 (1951).

Sulle vite medie dei mesoni μ^+ e μ^- .

N. DALLAPORTA

Istituto di Fisica dell'Università, Centro di Studio degli Ioni veloci del C.N.R. - Padova

(ricevuto il 9 Aprile 1952)

In questi ultimi tempi, il problema della disintegrazione del mesone μ è andato gradatamente complicandosi per una serie di discrepanze tra i dati sperimentali relativi allo spettro degli elettroni di disintegrazione. Vi è da un lato un primo disaccordo, nel caso dei mesoni della radiazione cosmica, tra i dati relativi a tale spettro ottenuti con camera di Wilson e quelli ottenuti con lastre nucleari: nel primo caso, lo spettro elettronico viene bruscamente troncato a circa 53 MeV con un valore dell'ordinata nettamente diverso da zero ^(1,2), mentre nel secondo caso, esso si prolunga notevolmente al di là di tale limite ^(3,4,5). Alcuni autori ⁽⁴⁾ attribuiscono questa coda di alta energia semplicemente allo « straggling » dell'angolo medio di scattering, dal quale si deduce l'energia della traccia; altri ⁽⁵⁾ pensano che la coda, almeno in parte, possa rappresentare un

effetto reale. Un suggerimento teorico per poterla interpretare è stato recentemente prospettato da BUDINI ⁽⁶⁾ col supporre che oltre il processo normale di cattura:

$$(A) \quad \mu^- + P = N + \nu,$$

il mesone possa anche interagire con un nucleone secondo gli schemi:

$$(B) \quad \mu^- + P = P^* + e^-,$$

oppure

$$(B) \quad \mu^- + N = N^* + e^-,$$

[dove P^* e N^* rappresentano stati eccitati dei nucleoni] che forniscono un elettrone di energia compresa tra 80 e 100 MeV.

Da un altro lato, vi è un altro contrasto, forse più grave, tra i dati precedentemente citati e quelli ottenuti coi ciclotroni per i soli mesoni μ^+ . Mentre l'uno dei due spettri finora ottenuti per questi ultimi, quello di BRAMSON ⁽⁷⁾, ricavato dalle lastre, offre un andamento sostanzialmente analogo con quelli che si ottengono dai raggi cosmici, l'altro, quello di SAGANE e coll. ⁽⁸⁾, ricavato con

⁽¹⁾ R. B. LEIGHTON, C. D. ANDERSON e A. J. SERIFF: *Phys. Rev.*, **75**, 1432 (1949).

⁽²⁾ A. LAGARRIGUE e C. PETROU: *Compt. Rend.*, **233**, 478 (1951).

⁽³⁾ J. H. DAVIES, W. O. LOCK e H. MUIRHEAD: *Phil. Mag.*, **40**, 1250 (1949).

⁽⁴⁾ R. LEVI SETTI e G. TOMMASINI: *Nuovo Cimento*, **8**, 994 (1951).

⁽⁵⁾ C. O'CEALLAIGH: comunicato al Congresso di Copenhagen, Luglio 1951. Ringrazio vivamente il dott. O'CEALLAIGH per avermi voluto personalmente comunicare i suoi risultati e l'interpretazione che ne dà.

⁽⁶⁾ P. BUDINI: comunicazione al congresso di Trieste, Settembre 1951 e lettera precedente.

⁽⁷⁾ H. BRAMSON e W. W. HAVENS: *Phys. Rev.*, **83**, 862 (1951).

⁽⁸⁾ R. SAGANE, W. L. GARNER e M. W. HUBBARD: *Phys. Rev.*, **82**, 557 (1951).

rivelatori a cristallo, tende a zero per il valore massimo dell'energia di 53 MeV. Ora, se fosse giusto il risultato di SAGANE, esso non si lascerebbe interpretare che ammettendo uno spettro di disintegrazione diverso per i μ^+ ed i μ^- .

Per quanto una differenza intrinseca dei due mesoni sia poco probabile a priori, non si possono escludere differenze secondarie più o meno rilevanti imputabili probabilmente al fatto che il mesone negativo all'atto del decadimento si trovi legato in una orbita K , mentre il positivo è libero. Ci è sembrato interessante indagare se, oltre ai dati sugli spettri ora riportati, si possano cercare altre indicazioni sperimentali atte a fornire qualche ragguaglio su di una eventuale diversità dei due mesoni.

Abbiamo a tale scopo riesaminato le misure di vita media, prendendo in considerazione in un primo tempo soltanto quelle esperienze che separano magneticamente i due mesoni, essendo troppo incerti i dati relativi all'eccesso positivo di bassa energia ⁽⁹⁾ per potersi servire dei dati misti in una analisi così delicata.

I valori della vita media si ricavano direttamente dalle pendenze delle curve dei ritardi. Indichiamo con $\tau_+ = 1/\lambda_+$ la vita media del mesone μ^+ , con $\tau_- = 1/\lambda_-$ la vita media vera del mesone μ^- , con $T = 1/\Lambda$ la vita media di cattura, e con $T = 1/L$ la vita media apparente del mesone μ^- . I dati dei vari autori sono allora riassunti nella tabella I, per i vari elementi. Nella colonna (3) sono indicati i valori di τ_+ , la cui media ponderata risulta: $2,215 \pm 0,006 \cdot 10^{-6}$, nella colonna (4) i valori di L , nella colonna (5) i valori per la probabilità di cattura calcolati dalla relazione $\Lambda = L - \lambda_-$ ammettendo che $\lambda_- = \lambda_+$.

Nella fig. 1 sono portati in grafico i valori di Λ in funzione di Z_{eff} come

risultano dalle colonne (5) della precedente tabella. La linea continua rappresenta la legge teorica

$$(1) \quad \Lambda = \lambda_- \left(\frac{Z_{\text{eff}}}{Z_0} \right)^4.$$

Come si vede, malgrado i forti errori di cui sono affetti i dati, sembra vi sia uno scarto tra la legge teorica ed i dati sperimentali per i bassi numeri atomici. Non essendovi d'altronde ragione di sospettare

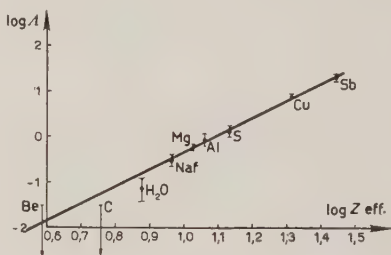


Fig. 1.

che la legge (1) non debba valere in tale caso, in quanto anzi l'orbita K del mesone giace allora interamente « fuori » del nucleo, si potrebbe essere indotti a pensare che tale scarto, se reale, costituisca un indizio che la vita media τ_- del negativo sia maggiore di quella τ_+ del positivo. Un valore di $\tau_- \sim 2,5 \cdot 10^{-6}$ permette infatti di riportare, come è facile constatare, i punti sperimentali sulla curva teorica fino ai più bassi numeri atomici.

Riteniamo che misure compiute con Li, Be o C con una precisione paragonabile a quella di Ticho ⁽¹³⁾ sarebbero di alto interesse e permetterebbero di decidere se la vita dei due mesoni è diversa o meno.

Un altro tipo di indicazione sul medesimo problema si può avere dalle misure relative non solo alle pendenze, ma al numero di elettroni di disintegrazione o comunque registrati nella curva dei ritardi; se indichiamo, oltre ai simboli precedentemente definiti, con $T_c = 1/\Lambda_c$

⁽⁹⁾ M. CORRELL: *Phys. Rev.*, **72**, 1054 (1947);
M. MERLIN, B. VITALE e Y. GOLDSCHMIDT-CLERMONT: *Nuovo Cimento*, **9**, 421 (1952).

la vita media per la cattura solita (processo A) e con $T_n = 1/\Lambda_n$ quella relativa agli eventuali processi (B), avremo che il numero di mesoni μ^+ che complessivamente decadono dopo il tempo t è:

$$p_+(t) = \int_t^{\infty} \lambda_+ \exp[-\lambda_+ t] dt,$$

$$p_+(0) = \int_0^{\infty} \lambda_+ \exp[-\lambda_+ t] dt = 1$$

e quello dei mesoni μ^- che danno un elettrone dopo il tempo t :

$$p_-(t) = \int_t^{\infty} (\lambda_- + \Lambda_n) \exp[-Lt] dt,$$

$$p_-(0) = \frac{\lambda_- + \Lambda_n}{L}.$$

Il numero relativo dei mesoni μ^+ e μ^- è quindi:

$$j = \frac{p_+(0)}{p_-(0)} = \frac{L}{\lambda_- + \Lambda_n}.$$

Invece il rapporto k delle pendenze delle curve dei ritardi è:

$$k = \frac{\tau_+}{T} = \frac{L}{\lambda_+}.$$

I due rapporti sono dunque diversi e diventano uguali solo se si suppone come si fa di solito: $\lambda_- = \lambda_+$, $\Lambda_n = 0$.

I valori di k e di j , come pure quello di $\eta = k/\epsilon j = (\lambda_- + \Lambda_n)/\epsilon \lambda_+$ [ϵ presunto valore dell'eccesso positivo] sono stati tabulati nella tabella II. Gli errori sono

molto forti e rendono precaria ogni conclusione: non si può però del tutto escludere un aumento di η al crescere del numero atomico, il che starebbe ad indicare un aumento della somma $\lambda_- + \Lambda_n$. Che Λ_n debba aumentare in tal caso, se il processo corrispondente esiste, è senz'altro prevedibile poichè dovrebbe essere $\Lambda_n \sim (Z_{\text{eff}}/Z_0)^4$ (*). In quanto alla vita vera del mesone μ essa può essere evidentemente soggetta a variazioni in quanto il mesone è legato in un'orbita K.

Le indicazioni precedenti sono ancora talmente incerte, che sembra alquanto prematuro il tentare di metterle a confronto con una qualunque possibile spiegazione teorica. Comunque l'effetto del legame sulla prima orbita di Bohr sullo spettro di disintegrazione, studiato da PORTER e PRIMAKOFF⁽¹⁰⁾, potrebbe condurre nel secondo caso da essi esaminato (campo vettoriale assiale senza scambio di carica) ad una variazione della vita media τ_- rispetto al valore per il mesone libero nel senso voluto e del giusto ordine di grandezza. In tale caso però la diminuzione di λ_- dovrebbe crescere col numero atomico, il ché, se effettivamente dovesse confermarsi che il rapporto η cresce invece con Z , sarebbe a favore dell'esistenza dei processi (B). Tali considerazioni, come abbiamo già detto, allo stato attuale, sono solamente intese a suggerire altri modi di indagine per dirimere il complicato problema del decadimento del mesone μ .

Ringrazio i dott. P. BASSI, P. BUDINI e il prof. G. PUPPI per alcune utili discussioni sull'argomento.

(10) C. E. PORTER e H. PRIMAKOFF: *Phys. Rev.*, **83**, 849 (1951).

TABELLA I.

	Z	Z_{eff}	$\tau_+ \cdot 10^6 \text{ s}$ Autori	$T \cdot 10^6 \text{ s}$ Autori	$L \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$	$\Delta_* \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
Be	4	3,925	$\sim 2,2$ ⁽¹¹⁾	$2,45 \pm 0,45$ ⁽¹⁷⁾ $\sim 2,2$ ⁽¹¹⁾	$0,408 \pm 0,075$ 0,454	— +0,032
C	6	5,75	$2,16 \pm 0,20$ ⁽¹²⁾	$2,25 \pm 0,20$ ⁽¹²⁾	$0,444 \pm 0,039$	— +0,032
H ₂ O	8	7,56	$2,19 \pm 0,30$ ⁽¹³⁾	$1,89 \pm 0,15$ ⁽¹³⁾	$0,529 \pm 0,042$	$0,0775 \pm 0,042$
NaF	10,1	9,3	$2,14 \pm 0,27$ ⁽¹³⁾	$1,28 \pm 0,12$ ⁽¹³⁾	$0,780 \pm 0,074$	$0,329 \pm 0,074$
NaF	10,1	9,3	$2,1 \pm 0,3$ ⁽¹⁴⁾	$1,33 \pm 0,14$ ⁽¹⁴⁾	$0,751 \pm 0,080$	$0,300 \pm 0,080$
Mg	12	10,83	$2,14 \pm 0,21$ ⁽¹³⁾	$0,96 \pm 0,06$ ⁽¹³⁾	$1,04 \pm 0,065$	$0,589 \pm 0,065$
Al	13	11,58	$2,04 \pm 0,18$ ⁽¹³⁾	$0,75 \pm 0,07$ ⁽¹³⁾	$1,333 \pm 0,125$	$0,882 \pm 0,125$
Al	13	11,58	$2,19 \pm 0,24$ ⁽¹⁵⁾	$0,74 \pm 0,17$ ⁽¹⁵⁾	$1,35 \pm 0,31$	$0,898 \pm 0,31$
S	16	13,70	$2,13 \pm 0,25$ ⁽¹³⁾	$0,54 \pm 0,12$ ⁽¹³⁾	$1,85 \pm 0,41$	$1,40 \pm 0,41$
Fe	26	19,40	$2,22 \pm 0,02$ ⁽¹⁶⁾	—	—	—
Cu	29	20,7	—	$0,122 \pm 0,014$ ⁽¹⁸⁾	$8,20 \pm 0,93$	$7,75 \pm 0,93$
Sb	55	28	—	$0,050 \pm 0,006$ ⁽¹⁸⁾	$20,00 \pm 2,4$	$19,55 \pm 2,4$

Media ponderata (*) $\tau_+ = 2,215 \pm 0,006$ $\lambda_+ = 0,4515 \pm 0,0012$.

TABELLA II.

	$T \cdot 10^6 \text{ s}$	k_*	\dot{j}	η
Be	$2,45 \pm 0,45$	$0,904 \pm 0,166$	—	—
B	—	—	$1,27 \pm 0,30$ ⁽¹⁹⁾	—
C	$2,25 \pm 0,20$	$0,984 \pm 0,086$	$1,27 \pm 0,41$ ⁽¹⁹⁾	$0,78 \pm 0,32$
H ₂ O	$1,89 \pm 0,15$	$1,17 \pm 0,093$	$1,20 \pm 0,12$ ⁽¹³⁾	$0,975 \pm 0,18$
NaF	$1,28 \pm 0,12$	$1,73 \pm 0,164$	$1,66 \pm 0,17$ ⁽¹³⁾	$1,04 \pm 0,21$
NaF	$1,33 \pm 0,14$	$1,665 \pm 0,177$	$1,61 \pm 0,26$ ⁽¹⁴⁾	$1,03 \pm 0,27$
Mg	$0,96 \pm 0,06$	$2,31 \pm 0,144$	$1,79 \pm 0,14$ ⁽¹³⁾	$1,29 \pm 0,18$
Al	$0,75 \pm 0,07$	$2,95 \pm 0,28$	$2,5 \pm 0,2$ ⁽¹³⁾	$1,18 \pm 0,20$
Al	$0,74 \pm 0,17$	$2,99 \pm 0,68$	$1,43 \pm 0,51$ ⁽¹⁵⁾	$2,1 \pm 1,2$
S	$0,54 \pm 0,12$	$4,10 \pm 0,91$	$3,5 \pm 0,4$ ⁽¹³⁾	$1,17 \pm 0,40$

⁽¹²⁾ G. E. VALLEY: *Phys. Rev.*, **73**, 1251 (1948).

⁽¹³⁾ C. W. KISSINGER e D. COOPER: *Phys. Rev.*, **74**, 349 (1948).

⁽¹⁴⁾ H. K. TICHO: *Phys. Rev.*, **74**, 1337 (1948).

⁽¹⁵⁾ H. K. TICHO e M. SCHEIN: *Phys. Rev.*, **73**, 81 (1948).

⁽¹⁶⁾ G. E. VALLEY e B. ROSSI: *Phys. Rev.*, **73**, 177 (1948).

⁽¹⁷⁾ W. E. BELL e E. P. HINCKS: *Phys. Rev.*, **84**, 1243 (1951).

⁽¹⁸⁾ G. E. VALLEY, citato da B. ROSSI: *Rev. Mod. Phys.*, **20**, 548 (1948).

⁽¹⁹⁾ F. B. HARRISON, J. W. KEUFFEL e E. T. REYNOLDS: *Phys. Rev.*, **83**, 680 (1951).

(*) Questo valore coincide praticamente colla recente determinazione di BELL e HINCKS ⁽¹⁶⁾, che per il suo notevole peso statistico sposta il nuovo valore medio da quello finora adottato di 2,15. Se si escludesse dalle nostre considerazioni questa misura di BELL e HINCKS, in quanto tali autori non danno ancora dati per la vita media dei mesoni negativi, la presunta differenza tra τ_+ e τ_- verrebbe aumentata.

⁽¹⁹⁾ N. NERESON: *Phys. Rev.*, **73**, 565 (1948).

On the Interaction of Cosmic Rays with Matter under 50 meters Water Equivalent.

E. AMALDI, C. CASTAGNOLI, A. GIGLI (*) e S. SCIUTI

Istituto di Fisica dell'Università, Centro di studio per la Fisica Nucleare del C.N.R. - Roma

(ricevuto il 12 Aprile 1952)

During the last ten months we have investigated the interactions of high energy penetrating particles with matter by means of a counter-hodoscope.

The measurements have been performed in the access tunnel of the hydroelectric power station S. Giacomo (Abruzzi) of the S. A. Terni to the directors of which we are glad to express our thanks.

In this letter we refer very shortly to some preliminary results obtained at a depth of 50 m w.e. (from the top of the atmosphere), while a complete discussion will be given in a more extensive paper under preparation.

The experimental set-up is drawn schematically in fig. 1. Each counter, of 4 cm diameter, is connected to a corresponding neon lamp. with the exception of the counters of the set *A* for which there is a single neon lamp for each group of 5 counters. Above each one of the counter-sets, *C*, *D*, *E* there is a layer of Pb 5 cm thick. The counters of the sets *C* and *E* are separated one from another by a layer of Pb 1 cm thick, in order to reduce the number of recorded electronic secondaries.

The master pulse which triggers the hodoscope can be easily changed. During the measurements that we report

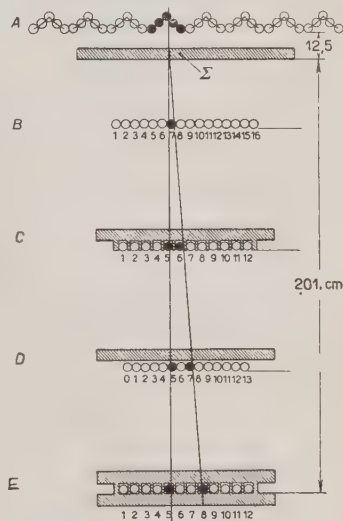


Fig. 1.

here, the master pulse used was for part of the time $B_1C_2D_1E_1$, and for the rest of the time $B_1C_1D_5E_1$, the number subscribed to each letter giving the minimum number of counters which must be discharged. The resolving time of the

(*) Physics Department, University of Pavia, at present at the Centro di Studio per la Fisica Nucleare of the C.N.R.

coincidence system was about 15 μ s; we checked that chance coincidences were negligible. Besides the hodoscope, the experimental set-up contains ordinary coincidence circuits which can be used to count the fourfold coincidences (C_4) between the four sets of counters $BCDE$ (all counters of each set in parallel) and the fivefold coincidences (C_5), between the four preceding sets and the counters A all in parallel.

The rather large geometrical dimensions of our experimental set-up (total sensitive area of counters 3.2 m²) give a reasonably large intensity (12.6 incident particles/min) and a good angular definition (a few degrees).

Measurements have been made with and without the layer of Pb Σ , whose thickness was either 5 or 7.5 cm.

Among the various types of events which have been recorded by the hodoscope in a total recording time of 620 hours, we will consider only the following, which, according to recent works ⁽¹⁾, seems to have a rather high frequency (N_{Ai}): a single penetrating particle p_1 which crosses the sets $BCDE$ is accompanied by one (or more) particles which discharge one and only one counter in one or more of the $BCDE$ sets. The corresponding hodoscope picture can be interpreted as due to a single secondary particle p_2 generated by p_1 in

the Pb layer Σ . p_2 can have, of course, different penetration in different cases. For instance p_2 can discharge only one counter in B and one in C (N_{A2}), or also a counter in D (N_{A3}) or finally can penetrate 15 cm Pb and discharge also a counter in E (N_{A4}). Fig. 1 illustrates an event of type N_{A4} , in which one recognizes the good alignment of the discharged counters.

The number C_4 of incident particles and the number N_{Ai} ($i = 2, 3, 4$) of the events Ai can be expressed by means of the following relations:

$$(1) \quad C_4 = \epsilon N_c G_1,$$

$$(2) \quad N_{Ai} = \mathcal{N} \Delta_\Sigma \cdot \sigma \cdot G_{11}^{(i)} \epsilon N_c,$$

N_c is the number of the charged particles (probably almost all μ mesons) incident in the vertical direction per cm² and steradian; \mathcal{N} is Avogadro's number; Δ_Σ the thickness in g/cm² of Σ ; σ the cross section for the type of event considered; $G_1, G_{11}^{(i)}$ geometrical factors with the dimensions of an area; ϵ is a factor representing the absorption of Σ . From (1) and (2) we get

$$(3) \quad N_{Ai} = \mathcal{N} \Delta_\Sigma \cdot \sigma \cdot \frac{G_{11}^{(i)}}{G_1} C_4.$$

Our results are collected in table I.

TABLE I.

Δ_Σ (g/cm ²)	t (min)	C_4	N_{Ai} Observed	Calculated	$G_{11}^{(i)}/G_1$
57	5 957	75 535	$N_{A2} = 30$	175	1,37
	18 173	230 434	$N_{A3} = 38$	370	0,94
	27 121	343 894	$N_{A4} = 3$	75	0,13
85	7 796	96 070	$N_{A2} = 37$	340	1,37
	7 796	96 070	$N_{A3} = 25$	234	0,94
	10 070	124 093	$N_{A4} = 1$	41	0,13

⁽¹⁾ H. J. BRADDICK and G. S. HENSBY: *Nature*, **44**, 1012 (1939); H. J. BRADDICK, W. F. NASH and A. W. WOLFENDALE: *Phil. Mag.*, **42**, 1277 (1951).

The factor $G_{11}^{(i)}$ has been calculated accurately for each different depth of penetration of the particles p_2 , assuming that these have an angular distribution, about the direction of the particle p_1 , given by a Gaussian law which is adjusted to give satisfactory agreement with the results of BRADDICK and others ⁽¹⁾.

The calculated values of N_{Ai} have been obtained introducing in equation (2) the value of σ given by the above mentioned Authors.

These values are larger than our experimental values by a factor increasing from about 8 to about 30 when the penetration of the particles p_2 increases from 5 to 15 cm Pb.

In table II we give the values of the cross sections (and their statistical errors) obtained by applying equation (3) to our experimental results.

TABLE II.

Penetration of secondary p_2 (g/cm ²)	σ (cm ² /nucleon)
57	$(6 \pm 1) \cdot 10^{-50}$
113	$(5 \pm 1) \cdot 10^{-30}$
170	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-30}$

They appear to be in good agreement, at least in order of magnitude, with the results of GEORGE and EVANS ⁽²⁾ and COCCONI and COCCONI TONGIORGI ⁽³⁾ and therefore the difficulty which arises from the work of GEORGE and TRENT ⁽⁴⁾ and of BRADDICK and others ⁽¹⁾ seems to be explained.

⁽¹⁾ E. P. GEORGE and J. EVANS: *Proc. Phys. Soc.*: **63**, 1248 (1950).

⁽²⁾ G. COCCONI, and V. COCCONI TONGIORGI: *Phys. Rev.*, **84**, 29 (1951).

⁽⁴⁾ E. P. GEORGE and P. TRENT: *Nature*, **164**, 839 (1949).

LIBRI RICEVUTI E RECENSIONI

W. WEIZEL: *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Berlin, Springer, Bd. I, 1949; XVI + 772 pagg.: Bd. II, 1950; XII + 768 pagg..

Questo nuovo imponente *Lehrbuch der theoretischen Physik* (pagg. 1-1540) del prof. W. WEIZEL dell'Università di Bonn è un'esposizione teorica della intera Fisica classica e quantistica che comprende due volumi: il primo dedicato alla Fisica dei fenomeni (pp. 1-771) (« Physik der Vorgänge » o « der Erscheinungen ») cioè alla Fisica macroscopica classica, il secondo alla struttura della materia, cioè alla Microfisica, intendendo per tale la dottrina del mondo molecolare, atomico e sub-atomico anche nelle sue interazioni con le radiazioni.

È questa una delle poche opere in cui si faccia uso anche nella meccanica quantistica del sistema di misure Giorgi, designato spesso come sistema internazionale: com'è ben noto, questo sistema si impone sempre più all'attenzione dei fisici ed è quindi da accogliere con piacere il proposito dell'Autore di estenderne l'uso alla Fisica atomica.

L'A. premette alle tredici sezioni dell'Opera un'introduzione riguardante il modo di interpretare la teoria nel regno della Fisica, concependola come principio ordinatore della conoscenza. Questa premessa è veramente essenziale per colui che voglia apprezzare nel giusto valore le singole ipotesi o modelli che specialmente nel mondo atomico costituiscono gli strumenti necessari della ricerca. Chi vuol guidare coloro che si propongono di conoscere il mondo fisico invisibile, ha il dovere di indicare i limiti entro i quali

vale una determinata teoria e di ciò ha perfetta coscienza il nostro A., il quale pone bene in evidenza le ipotesi in cui la teoria consente una descrizione adeguata della realtà fisica.

Diamo uno sguardo alle varie sezioni dell'Opera.

Le sezioni A, B, C, D trattano la dinamica, l'elettrodinamica e l'ottica nella loro impostazione classica.

La sezione E è dedicata alla elettrodinamica dei corpi in moto e alla teoria della relatività. L'A. fa un ampio commento delle più celebri esperienze ottiche ed elettromagnetiche e conclude che l'etere deve riguardarsi come inesistente. Si affermano al suo posto i principi di EINSTEIN della teoria della relatività.

Il principio della indipendenza della velocità della luce dalla velocità della sorgente emerge quasi direttamente dall'esperienza ed impone una revisione dei classici concetti di spazio e tempo. L'A. espone quindi le conseguenze dei principi della relatività speciale, i fondamenti dell'elettrodinamica relativistica di MINKOWSKI ed infine i principi più importanti della teoria della relatività generale con cenni riguardanti l'universo sferico di DE SITTER. Questa sezione va particolarmente raccomandata a chi volendo penetrare nel dominio della Fisica einsteiniana non si appaga di iniziare con delle premesse di carattere assiomatico puro e vuole invece abbandonare i vecchi schemi della Fisica newtoniana solo dopo una approfondita discussione dei fatti sperimentali. Al censore sembra che questa via debba essere preferita all'altra, da cui muove lo stesso EINSTEIN nel suo famoso libro *The meaning of Relativity*.

La sezione F è dedicata alla Termodinamica classica.

Lo stato attuale della Scienza fisica non consente ancora una trattazione sistematica della teoria quantistica che, muovendo da principi generali permetta di descrivere la totalità dei fenomeni osservati riguardanti il nucleo atomico, gli atomi, le molecole. Per questa ragione l'A. ha iniziato la teoria della materia con una sezione, G, di carattere elementare dedicata alla teoria atomica, la quale permette allo studioso di formarsi un'idea della struttura dell'atomo senza conoscere i metodi matematici della teoria quantistica.

La sezione H contiene i fondamenti di questa teoria: la formulazione ondulatoria e il metodo delle matrici, l'interpretazione statistica della teoria quantistica, l'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton, moti traslatori (lunghezza d'onda di de Broglie, diffrazione degli elettroni, principio di indeterminazione di Heisenberg, effetto tunnel, metodo Wentzel-Kramers-Brillouin), la teoria relativistica dell'elettone di Dirac (lo spin, gli effetti magnetici, l'elettone e il positrone, il principio di Pauli), la teoria quantistica dei campi d'onda (equazione di Schrödinger-Gordon, la teoria dei campi di mesoni).

La sezione I è dedicata alla configurazione degli elettroni delle molecole e ai legami chimici e culmina con la descrizione degli spettri molecolari e delle bande spettrali.

Le teorie statistiche classiche e quantistiche formano l'oggetto della sezione J. Una prima parte è dedicata alle idee fondamentali classiche in relazione alla teoria quantistica, il resto della sezione contiene le due statistiche di Bose e di Fermi.

Seguono le due sezioni K ed L dedicate la prima alla struttura e proprietà dei gas, la seconda alla struttura e proprietà della materia compatta.

L'ultima sezione M dell'Opera contiene gli elementi della Fisica nucleare.

L'Opera del WEIZEL, così elevata e ricca di contenuto, sarà certamente stu-

diata con profitto da tutti coloro che aspirano ad avere un'ottima guida nel complesso e meraviglioso edificio della Fisica teorica moderna.

G. LAMPARIELLO

O. F. MOSSOTTI - *Scritti*, raccolti da L. GABBA † e G. POLVANI, vol. II, tomo I, di VIII + 441 pagg., Domus Galileana, Pisa, 1951.

Il primo volume delle opere del MOSSOTTI, uscito nel 1942 per cura del compianto prof. GABBA e del prof. POLVANI, comprendeva le memorie di astronomia e di matematica. Il secondo, di cui è uscito ora, dopo la morte del GABBA, la prima parte curata dal prof. POLVANI con la collaborazione della dr.^a BASILICO, conterrà, oltre ad alcuni scritti minori, tutta l'opera di fisico di OTTAVIANO FABRIZIO MOSSOTTI. Si tratta di un totale di ventotto memorie, delle quali solo due, la notissima ampia monografia sugli strumenti ottici e la sua appendice, verranno pubblicate nella seconda parte.

Abbiamo dunque di fronte un panorama quasi completo dei contributi dati dal MOSSOTTI alla nostra scienza. Ventotto memorie in cinquanta anni di produzione scientifica possono sembrare poche, oggi che qualunque aspirante alla libera docenza si presenta con una ventina di pubblicazioni. Ma l'ampiezza di parecchie memorie mossottiane e la varietà degli argomenti trattati, dalla prima memoria di idrodinamica sulla teoria dell'ariete idraulico (1813), alle note memorie sulle forze molecolari (1836) ed elettriche (1850), base quest'ultima della nota formula detta di Mossotti-Clausius, ai lavori minori di meccanica, di ottica e di meteorologia, illuminano tuttavia in modo chiaro uno degli aspetti della personalità di quest'Uomo veramente notevole.

Non si tratta, probabilmente, di una produzione scientifica di primissimo piano, in quest'epoca che va dalla scoperta della pila al « Trattato » di MAXWELL. I

contributi e i perfezionamenti apportati da ciascun lavoro sono stati in generale presto superati dal progredire della ricerca, nè si possono certo trovare nelle opere del MOSSOTTI di quelle idee fisiche nuove che aprono un indirizzo al pensiero scientifico.

Egli è, più propriamente, un fisico-matematico, l'iniziatore si può dire degli studi fisico-matematici in Italia, e i suoi scritti sono quelli di un maestro, dal pensiero limpido, l'esposizione chiara e ordinata, l'espressione aderente e rigorosa. Nè si potrebbe certamente rendergli piena giustizia, in un giudizio complessivo sulla sua opera, non tenendo conto che egli è stato, oltre che fisico, anche astronomo e matematico e soprattutto uno di quei rari uomini di tavolino che non ritengono sempre esaurito il loro compito nell'ambito del loro pensiero, del loro studio, della loro normale attività quotidiana, ma che nei momenti critici della vita sanno accollarsi tutte le responsabilità che loro competono. Sanno per esempio, come ha fatto il MOSSOTTI, affrontare l'esilio e abbracciare il fucile alla testa dei suoi studenti.

L'amorosa e paziente cura con cui LUIGI GABBA e GIOVANNI POLVANI prima, ed ora quest'ultimo, hanno raccolto e pubblicato le opere del MOSSOTTI non rappresenta quindi soltanto un buon contributo alla storia della scienza. Noi vorremmo che questi volumi giungessero a tutte le biblioteche dei nostri Istituti, a far conoscere ai più giovani un Nome, una vita troppo spesso ignorati e che sono soprattutto un esempio.

M. AGENO

E. LOHR - *Vektor und Dyaden Rechnung für Physiker und Techniker*. 2^o Auflage mit einem Nachtrag, pp. xv + 468. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1950.

Il volume del LOHR, del resto sufficientemente noto per esserne questa la

seconda edizione, è composto di tre parti distinte: la prima parte (pag. 1-98) intitolata « Aritmetica e Algebra delle grandezze estensive » contiene una trattazione estremamente completa del calcolo vettoriale propriamente detto. Il concetto e la definizione di vettore, di bivettore, di diade, di triade e tetrad e le operazioni algebriche nonchè le varie regole di calcolo connesse con tali grandezze vengono chiaramente discusse. Nella seconda parte (analisi delle grandezze estensive, pag. 99-226), sono trattati i campi vettoriali e diadici e le operazioni di analisi utili nella manipolazione di tali campi: i teoremi di Stokes e Gauss, le proprietà dei campi irrotazionali e solenoidali, ecc. La terza parte infine (applicazioni fisiche, pag. 227-398) contiene applicazioni di quanto stabilito nelle parti prima e seconda ai vari rami della fisica e precisamente alla meccanica, elasticità, idrodinamica, elettromagnetismo, ottica e meccanica quantistica. Tali applicazioni contribuiscono a chiarire l'utilità dei concetti e dei teoremi precedentemente stabiliti.

Caratteristica di questa seconda edizione rispetto alla prima sono un certo numero di complementi (pag. 399-472); si ha così un paragrafo « sul calcolo vettoriale e trigonometria sferica », un altro « sulla derivazione in coordinate curvilinee », ecc., per finire con un paragrafo « sulle proprietà delle matrici di Dirac ».

Il volume del LOHR è eccellente sotto tutti i rispetti. Solo un appunto vorremmo fare e questo appunto non si riferisce tanto alla trattazione, che è chiarissima, quanto all'utilità di alcune parti del volume; sebbene nella meccanica quantistica ed in particolare nella meccanica delle matrici si possano effettivamente trovare utili applicazioni del calcolo vettoriale, secondo noi, rispetto alle tante questioni che si pongono ad una persona che studi la meccanica quantistica (e in particolare l'equazione di Dirac) le applicazioni sopra dette non hanno, come tali, particolare rilievo; e

ancora vorremmo dire che, per l'assenza di calcolo tensoriale il volume è utile, probabilmente più al tecnico che al fisico, o quanto meno che al fisico teorico.

Comunque, questi appunti non tolgono nulla ai pregi intrinseci dell'opera, pregi che rendono senz'altro consigliabile la lettura del volume del LOHR.

G. MORPURGO

EUGEN BODEA - *Giorgis rationales MKS-Mass-System mit Dimensionskohärenz*. Pp. 142, con 17 tabelle, 2ª edizione aumentata. Verlag Birkhäuser, Basilea, 1949.

Scopo di questo volume non è solo presentare l'evoluzione dei sistemi di unità di misura che ha portato all'adozione della proposta Giorgi, ma introdurre inoltre uno speciale criterio di «coerenza dimensionale», al quale non obbedirebbero i sistemi non razionalizzati, tale da permettere la fusione del sistema MKSQ col sistema LTQΦ di Kalantaroff (che, come noto, offre il vantaggio di esponenti non frazionari e di eleganti analogie dimensionali tra le grandezze dell'elettricità, del magnetismo e dell'energetica). Oltre la praticità delle nuove unità proposte dall'Autore (per l'impulso il «Leibniz» = 1 New·s, per l'azione il «Planck» = 1 J·s, per la pressione il «Giorgi» = 1 New m⁻² oppure il «Peg» o «Pentagiorgi» = 10⁵ Giorgi ~ 1 atm), si avrebbero a suo parere vari vantaggi essenziali, tra cui l'automatica connessione delle quattro unità fondamentali con l'unità di temperatura (il «Carnot», eguale al Joule diviso per il numero di Loschmidt, mentre l'entropia risulterebbe del tutto priva di dimensioni), con le speciali unità da lui stesso proposte per l'atomistica (tra esse il «Lorentz», eguale alla velocità della luce nel vuoto, e il «Dirac», unità di flusso ricavata dal magnetone di Bhor e dal Lorentz), con il fattore irrazionale 4π, e infine con la struttura del vuoto. Una

volta chiarito tutto ciò, un solo dubbio potrebbe rimanere nel lettore: il nesso, imposto dal suddetto criterio di coerenza, tra le quattro «unità fondamentali» (m, s, V, A) e le quattro «dimensioni fondamentali»: [L], [T], [Q], [Φ]. Ma è questo forse il punto veramente interessante del volume, degno in tal caso di ulteriore elaborazione da parte dell'Autore. Uno sviluppo più disteso del criterio utilizzato da BODEA si può vedere nella serie di articoli di W. JANIZKI, intitolata *Où en sommes-nous avec nos systèmes d'unités?*, in corso di pubblicazione da due anni sulla rivista svizzera *Microtecnic*.

V. SOMENZI

LUIGI PUCCANTI - *Storia della fisica*. Pp. 140, in-16°. Le Monnier, Firenze, 1951. Lire 500.

Rileva il prof. PUCCANTI, nell'introduzione a questo interessante volume, come ogni trattazione storica sulla fisica incontri la difficoltà di una indeterminazione del campo di indagine coperto dal nome «Fisica» nei tempi precedenti l'avvento del metodo sperimentale. L'uso corrente di tale nome finisce infatti col far apparire la fisica una scienza giovanissima, a differenza per esempio della matematica e dell'astronomia, e col nascondere quindi le radici concettuali da cui sono pur sorti, con lento sviluppo, i termini fondamentali in uso tuttora: corpo, spazio, tempo, materia, ecc. Le restrizioni e precisazioni di significato apportate a questi termini dalla fisica moderna incidono in effetti relativamente poco sul contenuto «intuitivo» di cui essi sono stati in precedenza caricati da molti secoli di speculazioni filosofiche, i risultati delle quali andavano man mano a far parte del patrimonio collettivo rappresentato dal senso comune e dal linguaggio quotidiano. Alla luce di tale constatazione, acquisterebbero quindi ben altro rilievo per la storia

della fisica quelle discussioni dell'epoca greca e medioevale (v. per es. la « *Storia filosofica della Scienza* » di HUGO DINGLER, Milano, 1950), cui il prof. PUCCIANTI ha dedicato lo scarso spazio che d'altronde sogliono riservare ad esse i testi classici sull'argomento.

In compenso, il volumetto contiene in rapida sintesi un numero di dettagli sull'evoluzione della fisica da Galileo ad oggi molto maggiore di quanto ci si potrebbe attendere da una trattazione panoramica del genere. Un indice dei nomi, se l'editore ne avesse curato l'aggiunta

in fine al testo, avrebbe particolarmente aiutato gli studenti a collegare date e risultati importanti della fisica a personalità note e poco note, italiane e straniere. La vivacità dello stile, e l'attenzione prestata dall'Autore al nesso concettuale tra le varie tappe e tra i vari campi della fisica sperimentale, attireranno comunque verso questo agile compendio molti lettori insoddisfatti del sapere di pesante erudizione spesso presente nei testi storici più diffusi nelle biblioteche d'Istituto.

VITTORIO SOMENZI

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

Direttore responsabile: G. POLVANI

Tipografia Compositori - Bologna

Questo fascicolo è stato licenziato dai torchi il 23-IV-1952